

(第3時限：80分)

2016 年度 ①

選 択 科 目 (全42ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～8
日 本 史	9～18
世 界 史	19～30
地 理	31～38
数 学	39～42

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

- 〔1〕 200 以上 300 以下の自然数のうち，7 で割ると 2 余る数を小さいものから順に並べた数列は，初項が ア ，末項が イ ，項数が ウ の等差数列となる。この数列の初項から末項までの和は エ である。

- 〔2〕 ある会社の従業員 20 人の 1 ヶ月あたりの給与が次のようになっていた。

30	20	40	30	20	50	20	30	40	20
40	30	50	30	20	30	40	30	60	30

(単位は万円)

給与の範囲は オ [万円]，平均値は カ [万円]，最頻値は キ [万円]，中央値は ク [万円] である。次に，分散は ケ [万円×万円]，標準偏差は コ [万円] となる。

〔3〕 2次方程式 $x^2 - (k+4)x - \frac{k}{2} + 10 = 0$ ①

が $1 \leq x \leq 4$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつための定数 k の値の範囲を次のようにして求める。

まず、①を変形すると、 $x^2 - 4x + 10 = kx + \frac{k}{2}$ となる。

放物線 $y = x^2 - 4x + 10$ ②

の頂点の座標は (,) である。

直線 $y = kx + \frac{k}{2}$ ③

は、 k の値にかかわらず、定点 (,) を通る。

放物線②と直線③が $1 \leq x \leq 4$ の範囲で接するとき、定数 k の値は $k =$ である。

よって、求める定数 k の値の範囲は である。

Ⅱ ある企業が製品を x キログラム生産するためには、費用として C 円を要する。

費用 C は生産量 x の関数

$$C = \frac{1}{3}x^3 - 16x^2 + 360x \quad (\text{ただし, } x \geq 0)$$

として表されたとする。 C を x で微分し変形すると、 $\left(x - \boxed{\text{ア}}\right)^2 + \boxed{\text{イ}}$ となるので、 C は x について増加する。ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ は x を含まない。生産した製品はすべて売ることができ、売れ残りはないとする。

製品 1 キログラムあたりの販売価格が p 円であるとき、企業の収入 R は x の関数

$$R = px$$

となり、企業の利益 Q は、収入と費用の差

$$Q = R - C$$

となる。たとえば、販売価格が $p = 300$ 、生産量が $x = 6$ のとき、企業の利益 Q は $\boxed{\text{ウ}}$ 円である。

企業は利益 Q が最大となるように生産量 x を設定する。販売価格が $p = 300$ のときには、企業は生産量を $x = \boxed{\text{エ}}$ と設定する。また、販売価格が $p = \boxed{\text{オ}}$ のときには、企業は生産量を $x = 32$ と設定する。

次に、販売価格が $p = 108$ の場合を考える。 $x = \boxed{\text{カ}}$ のときに利益 Q は極大値 $\boxed{\text{キ}}$ をとり、その値は負である。この場合、企業が生産を行うと損失が発生するので、生産を行わない。

企業が正の利益を得ることができるのは、販売価格 p が $\boxed{\text{ク}}$ 円を上回るときである。

Ⅲ 空間に球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ と定点 $A(0, 1, 4)$ がある。次の問いに答えよ。

〔1〕 球面 S の中心 C の座標と半径を求めよ。

〔2〕 直線 AC と xy 平面との交点 P の座標を求めよ。

〔3〕 xy 平面上に点 $B(4, -1, 0)$ をとるとき、直線 AB と球面 S の共有点の座標を求めよ。

〔4〕 直線 AQ と球面 S が共有点をもつように点 Q が xy 平面上を動く。このとき、点 Q の動く範囲を求めて、それを xy 平面上に図示せよ。