

(第3時限：80分)

2016 年度 ②

選 択 科 目 (全55ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～8
日 本 史	9～22
世 界 史	23～36
地 理	37～50
数 学	51～55

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

- 〔1〕 相異なる自然数 a, b, c は， $a < b < c$ の関係を満たし，どの2つの数の和も残りの数で割ると1余る。

$a + b$ を c で割ったときの商を次のように求める。 $1 \leq a < b < c$ より， $a + b < 2c$ なので， $a + b$ を c で割ったときの商を q とすると， q は ア か イ のいずれかである（ただし， ア < イ ）。しかし， q を ア とすると， $a + b = 1$ となり， $1 \leq a < b$ に反し不適である。よって，求める q は イ となる。

次に， $a + c$ を b で割ったときの商を求めると， ウ である。

- 〔2〕 $\triangle ABC$ において， $\frac{\sin A}{4} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{6}$ が成り立っているとき，3辺の長さの比を最も簡単な整数の比で表すと，

$$BC : CA : AB = \text{ エ } : \text{ オ } : \text{ カ }$$

また， $\cos C = \text{ キ }$ となるので， $\triangle ABC$ の面積が $15\sqrt{7}$ のとき， $AB = \text{ ク }$ となる。

[3] x, y, z は実数とする。次の ケ ~ シ に最も適切なものを下の A, B, C, D から選び、記号で答えよ。

(a) $x^2 + 2x - 8 \geq 0$ は、 $x \geq 5$ であるための ケ。

(b) $-\frac{1}{2} \leq x$ は、 $|x + 2| \geq |x - 1|$ であるための コ。

(c) 「 $x + y + z = 0$ かつ $xy + yz + zx = 0$ 」は、 $x^3 = y^3 = z^3$ であるための サ。

(d) 自然数 n が奇数であることは、2 次方程式 $x^2 + x = n$ が整数の解をもたないための シ。

A：必要十分条件である

B：必要条件であるが十分条件ではない

C：十分条件であるが必要条件ではない

D：必要条件でも十分条件でもない

- Ⅱ 表1は、日本の一般成人に必要とされる栄養素のうち、ビタミンA、ビタミンC、ビタミンEの1食あたりの必要摂取量の目安を示している。

表1

	ビタミンA (μg)	ビタミンC (mg)	ビタミンE (mg)
必要摂取量/食	500	40	4

※ μg :マイクログラム ($=10^{-6}\text{g}$)

表2は、シーザーサラダ、ポテトサラダ、海草サラダ、オレンジジュース、カレーライス100gあたりのビタミンA、ビタミンC、ビタミンEの含有量、カロリー、および値段を示している。

表2

	ビタミンA ($\mu\text{g}/100\text{g}$)	ビタミンC (mg/100g)	ビタミンE (mg/100g)	カロリー (kcal/100g)	値段 (円/100g)
シーザーサラダ	100	10	2	150	100
ポテトサラダ	112	40	0.32	120	80
海草サラダ	280	0	0.8	60	160
オレンジジュース	20	80	0.4	180	40
カレーライス	65	0.6	0.24	150	150

次の問いに答えよ。分数になるとときには既約分数で答えよ。

- [1] 海草サラダのみで、1食あたりのビタミンAの必要摂取量を摂取するためには、最低 ア g 食べる必要があり、1食あたりのビタミンAとビタミンEの必要摂取量を両方とも摂取するためには、最低 イ g 食べる必要があり、そのときの金額は ウ 円である。

- [2] 海草サラダとオレンジジュースを飲食する場合を考える。オレンジジュースを50g飲んで海草サラダを最低 エ g 食べれば、ポテトサラダを100gだけを食べたときと同じかもしくはより多くのビタミンA、ビタミンC、ビタミンEを摂取することができる。

〔3〕 カレーライス 500 g に加えてオレンジジュースを飲む場合を考える。摂取カロリーを合計 1200 kcal 以下にするためには、オレンジジュースは最大 オ g 飲むことができる。

〔4〕 カレーライス 500 g に加えてシーザーサラダとオレンジジュースを飲食するとき、ビタミン A、ビタミン C、ビタミン E のすべてについて 1 食あたりの必要摂取量を満たし、カロリーを合計で 1200 kcal 以下に抑え、かつ、合計金額を最小にする方法を考える。

シーザーサラダ x 円分、オレンジジュース y 円分を飲食するとき、各種のビタミンとカロリーの摂取量を x, y の不等式で表すと、

ビタミン A については、カ x + キ y + $65 \times 5 \geq 500$

ビタミン C については、 $0.1x + 2y + 0.6 \times 5 \geq 40$

ビタミン E については、ク x + ケ y + $0.24 \times 5 \geq 4$

カロリーについては、 $1.5x + 4.5y + 150 \times 5 \leq 1200$

となる。

これらの不等式を図示して分析すると、合計金額を最小にするのは、シーザーサラダを コ g 食べて、オレンジジュースを サ g 飲むときであることがわかる。このとき、摂取されるカロリーは シ kcal である。

次の表 3 の空欄は埋めなくてよい。必要があれば活用してもよい。

表 3

	ビタミン A ($\mu\text{g}/\text{円}$)	ビタミン C ($\text{mg}/\text{円}$)	ビタミン E ($\text{mg}/\text{円}$)	カロリー ($\text{kcal}/\text{円}$)
シーザーサラダ		0.1		1.5
ポテトサラダ		0.5		1.5
海草サラダ		0		0.375
オレンジジュース		2		4.5

Ⅲ $OA = OB = OC = 6$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ である四面体 $OABC$ があり, $\triangle OAB$ の重心を D , 線分 CD を $3:1$ に内分する点を E , $\triangle ABC$ の重心を F とする。次に $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし, $\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{b} + \vec{c}$, $\overrightarrow{OR} = \vec{c} + \vec{a}$ となるように 3 点 P , Q , R を定め, $\triangle PQR$ の重心を T とする。さらに $\overrightarrow{RS} = \vec{b}$ となるように点 S を定める。

次の問いに答えよ。

〔1〕 $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

〔2〕 $OE:EF$ を求め, 最も簡単な整数の比で答えよ。

〔3〕 3 点 F , T , S が一直線上にあることを示せ。

〔4〕 線分 FT の長さを求めよ。

〔5〕 直線 OS は平面 PQR に垂直であることを示せ。

〔6〕 直線 EP は辺 OC と交わることを示せ。また, その交点を U とするとき, 線分 OU の長さを求めよ。

1

2