

(第3時限：80分)

2016 年度 ③

選 択 科 目 (全46ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～10
日 本 史	11～22
世 界 史	23～34
地 理	35～42
数 学	43～46

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 2次方程式 $x^2 + 3x - 1 = 0$ の解を α, β ($\alpha > \beta$) とするとき，

$m < \alpha < m + 1$ を満たす整数 m の値は $m = \boxed{\text{ア}}$ ， $n < \beta < n + 1$ を満たす整数 n の値は $n = \boxed{\text{イ}}$ である。

また， $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ の値は $\boxed{\text{ウ}}$ であり， $\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3}$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

〔2〕 n を自然数とする。各項が正である数列 $\{a_n\}$ に対して，

$T_n = \sum_{k=1}^n a_k^2$ とおくと， T_n は， $T_n = \frac{1}{3}n(4n^2 - 1)$ を満たしている。このとき，数列 $\{a_n\}$ について考える。

$n \geq 2$ のとき，

$$T_{n-1} = \frac{1}{3} \left(\boxed{\text{オ}} n^3 - \boxed{\text{カ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n - \boxed{\text{ク}} \right)$$

であるから，

$$a_n^2 = \boxed{\text{ケ}} n^2 - \boxed{\text{コ}} n + \boxed{\text{サ}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となる。また， $\textcircled{1}$ は $n = 1$ のときにも成立する。

よって，数列 $\{a_n\}$ は，初項 $\boxed{\text{シ}}$ ，公差 $\boxed{\text{ス}}$ の等差数列である。

[3] 直線 l の方程式を $y = 2ax$ (ただし, $a > 0$) とする。点 $P(1, 0)$ を頂点とする放物線 C_1 が点 Q で l に接している。このとき, C_1 の方程式は $y = \boxed{\text{セ}}$ であり, 接点 Q の座標は $(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}})$ である。

次に, x 軸に接する放物線 $y = p(x - q)^2$ を C_2 とする。 C_2 が点 Q を通り, 点 Q での C_2 の接線が l と直交するとき, 点 Q における接線の傾きは $\boxed{\text{チ}}$ である。このとき, p, q の値は, $p = -\frac{1}{\boxed{\text{ツ}} a^3}$, $q = \boxed{\text{テ}} a^2 - 1$ である。

また, 放物線 C_1 , x 軸, および直線 $x = \boxed{\text{ソ}}$ で囲まれた部分の面積を S_1 , 放物線 C_2 , x 軸, および直線 $x = \boxed{\text{ソ}}$ で囲まれた部分の面積を S_2 とする。 $3S_1 = S_2$ となるのは, $a = \boxed{\text{ト}}$ のときである。

II スポーツ選手の運動能力を次のように3つの指標を用いて評価する。選手 k の走力が x 、跳躍力が y 、投力が z であるとき、選手 k の運動能力を3次元のベクトル $\vec{p}_k = (x, y, z)$ を用いて表す。 $\vec{p}_k$ の大きさを運動能力の「強さ」、 $\vec{p}_k$ の向きを運動能力の「傾向」と定義する。

次の表は、 a から e までの5名の選手の走力、跳躍力、投力を測定した結果を示している。

表 走力、跳躍力、投力の測定結果

選手	走力	跳躍力	投力
a	4	8	1
b	6	9	2
c	7	6	6
d	8	8	4
e	6	3	2

なお、以下に記す選手 f および選手 g も含め、全選手の走力、跳躍力、投力の数値はすべて正の実数である。次の問いに答えよ。

〔1〕 a から e までの5名の選手のそれぞれの「強さ」を求めると、その最大値は ア であり、最小値は イ である。

〔2〕 選手同士の運動能力の「傾向」が類似しているのかどうかを評価する。選手 a の運動能力 $\vec{p}_a$ と選手 b の運動能力 $\vec{p}_b$ のなす角を θ_{ab} とし、選手 a と選手 b の「傾向」の類似度 S_{ab} を

$$S_{ab} = \cos \theta_{ab}$$

で表す。 S_{ab} が、 $S_{ab} \geq 0.95$ を満たすとき、選手 a と選手 b の「傾向」が一致しているという。

a から d までの4名の選手のなかで、選手 e と「傾向」が一致しているのは、選手 ウ である。

次に、選手 f の運動能力が $\vec{p}_f = (2, 5, 3)$ 、選手 g の運動能力が $\vec{p}_g = (x_g, 6, 6)$ である。選手 f と選手 g の「傾向」の類似度 S_{fg} の2乗がとりうる値の最大値は、 $S_{fg}^2 =$ エ である。このとき、 $x_g =$ オ , $|\vec{p}_g| =$ カ である。

Ⅲ A, B, C の 3 人が次のルールでゲームをする。

1つのさいころを1回投げて、出た目が1ならばAに1点与え、出た目が2または3ならばBに1点与え、それ以外の場合はCに1点与える。この試行を繰り返し行い、いずれか1人が他の2人にそれぞれ2点以上点差をつければ、ゲームが終了、得点の最も多い者が勝つ。ただし、さいころはどの目も同じ確率で出るとする。

次の問いに答えよ。

〔1〕 2回目の試行でBが勝つ確率を求めよ。

〔2〕 4回目の試行でBが勝つ確率を求めよ。

〔3〕 5回目の試行でBが勝つ確率を求めよ。

〔4〕 6回目の試行でBが勝つ確率を求めよ。