

(第3時限：80分)

2016年度 ④

選 択 科 目 (全40ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～8
日 本 史	9～18
世 界 史	19～28
地 理	29～36
数 学	37～40

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

[1]

(a) 3つの正の数 a, b, c の平均値が14，標準偏差が8であるとき，

$$a^2 + b^2 + c^2 = \boxed{\text{ア}}, \quad ab + bc + ca = \boxed{\text{イ}} \text{ である。}$$

(b) ある集団はAとBの2つのグループで構成される。データを集計したところ，それぞれのグループの個数，平均値，分散は下の表のようになった。このとき，集団全体の平均値は ウ ，分散は エ である。

グループ	個数	平均値	分散
A	20	16	24
B	60	12	28

[2] $x = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ とするとき， $x^2 + x + 1$ の値は オ である。また， x^3

の値は カ である。

次に， n を3以上の自然数とするとき，整式 x^{2n} を $x^2 + x + 1$ で割った余りを求めると， $n = 3k$ のときは キ ， $n = 3k + 1$ のときは ク ， $n = 3k + 2$ のときは ケ となる。ただし k は自然数とする。

[3] $\triangle ABC$ において、ベクトルの内積の値を $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = p$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = q$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = r$ とおく。次の問いについて、下の語群から最も適切なものを選び、その番号で答えよ。

(a) $p = 0$ のとき、 $\triangle ABC$ は コ となる三角形である。

【語群】 ① 角 A が直角 ② 角 B が直角 ③ 角 C が直角

(b) $p = q$ のとき、 $\triangle ABC$ は サ となる三角形である。

【語群】 ① $AB = BC$ ② $BC = CA$ ③ $CA = AB$

(c) $\triangle ABC$ の面積は、 $\frac{1}{2} \sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 |\overrightarrow{AC}|^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$ であるから、 p ,

q , r を用いて表すと、シ となる。

【語群】 ① $\frac{1}{2} (p + q + r)$ ② $\frac{1}{2} \sqrt{p^2 + q^2 + r^2}$

③ $\frac{1}{2} (pq + qr + rp)$ ④ $\frac{1}{2} \sqrt{pq + qr + rp}$

II ある家に A さんと B さんが住んでおり、ビー玉 10 個とおはじき 18 個を 2 人で分け合っている。

A さんが保有するビー玉とおはじきの数をそれぞれ x_A (個), y_A (個), また, B さんが保有するビー玉とおはじきの数をそれぞれ x_B (個), y_B (個) と表す。

A さんがビー玉とおはじきを保有することで得られる満足度 u_A は

$$u_A = 2\sqrt{x_A y_A}$$

と表せるとする。また, B さんが得られる満足度 u_B は

$$u_B = x_B + y_B$$

と表せるとする。

例えば, $(x_A, y_A) = (3, 12)$ である場合を考える。このとき, $u_A = 12$,

$(x_B, y_B) = \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right)$, $u_B = \boxed{\text{ウ}}$ である。この状態から 2 人の間でビー玉とおはじきを交換する。A さんが B さんからビー玉を 3 個受け取り, 同時に B さんにおはじきを $\boxed{\text{エ}}$ 個渡すとき, A さんの満足度 u_A の値は 12 となる。また, この交換によって B さんの満足度 u_B の値は $\boxed{\text{オ}}$ だけ高くなる。

次に, より一般的な場合を考える。満足度 u_A がある一定の値 t ($t \geq 0$) になるように, A さんがビー玉 x_A とおはじき y_A を保有し, 残りは B さんが保有する。このとき, x_A, y_A, t の間に, $y_A = \boxed{\text{カ}}$ の関係が成立する。また, B さんの満足度 u_B を x_A と t を用いて,

$$u_B = -x_A - \boxed{\text{キ}} \frac{1}{x_A} + \boxed{\text{ク}}$$

と表すことができる。したがって, B さんの満足度 u_B の最大値を t を用いて表すと, $\boxed{\text{ケ}}$ となる。

この家全体での満足度 w は

$$w = u_A u_B$$

と表せるとする。 w が最大値をとるとき, u_A の値は $\boxed{\text{コ}}$ であり, x_A と y_A の値は, $(x_A, y_A) = \left(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}} \right)$ である。

Ⅲ 初項 1，公比 2 の等比数列を，下のように第 1 群に 2 個，第 2 群に 4 個，第 3 群に 6 個，…と，第 k 群に含まれる数の個数が $2k$ 個となるように群に分ける。

1, 2 | 4, 8, 16, 32 | 64, …

次の問いに答えよ。

- [1] 第 4 群の 5 番目の数を求めよ。
- [2] 第 1 群から第 3 群までに含まれる数の総和を求めよ。
- [3] 第 k 群の最初の数を求めよ。
- [4] 第 k 群に含まれる数の総和を求めよ。