

(第3時限：100分)

2016年度 ②

数 学 問 題

(全4ページ)

薬学方式専用

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題文の にあてはまる適当なものを、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
3. 解答用紙2枚・下書用紙2枚は、この冊子の中に折り込んであります。
4. 試験終了後、問題冊子・下書用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの設問について問題文の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。なお解答が分数になる場合はすべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 x の関数 $f(x) = \sin 2x - 2\sin x - 2\cos x + 1$ ($0 \leq x \leq \pi$) について

(a) $t = \sin x + \cos x$ のとき， $f(x)$ を t で表した関数を $g(t)$ とすると，

$g(t) =$ ア である。

また， t のとりうる値の範囲は， イ $\leq t \leq$ ウ である。

(b) 関数 $|f(x)|$ について

最大値は $x =$ エ のとき， オ である。

最小値は $x =$ カ のとき， キ である。

〔2〕 x の方程式 $9^x - a \cdot 3^{x+1} + a + 1 = 0$ について

(a) $a = -2$ のとき，実数解は $x =$ ク である。

(b) 異なる2つの正の実数解をもつとき， a の値の範囲は

ケ $< a <$ コ である。

〔3〕 数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n を次のように定める。

「 n 桁の3進数のなかで2番目に大きい数を，10進法で表した数」

ただし，3進数とは3進法で表された数である。

このとき，

$a_4 =$ サ ， $a_n =$ シ である。

次に，初項から第 n 項までの和を S_n とすると， $S_n =$ ス である。

Ⅱ 座標平面上において、放物線 C は、2 点 $A(-1, 1)$, $B(5, -2)$ を通り、点 A における接線が、 x 軸の正の向きと 45° の角をなす。このとき、次の問いに答えよ。

放物線 C の方程式は、

$$y = \boxed{\text{ア}}$$

である。放物線 C と線分 AB で囲まれた部分の面積は、 $\boxed{\text{イ}}$ である。

次に、線分 AB に直交する直線 l を考える。直線 l の方程式は、 y 切片を n とすると、

$$y = \boxed{\text{ウ}}x + n$$

である。ただし、 n の値の範囲は、 $\boxed{\text{エ}} \leq n \leq \boxed{\text{オ}}$ である。

さらに、直線 l と放物線 C との共有点を M 、直線 l と線分 AB の交点を N とする。ただし、 M , N が一致する場合はのぞく。

x の値の範囲を、 $-1 < x < 5$ とする。点 M における放物線 C の接線の傾きは、 n を用いて表すと、 $\boxed{\text{カ}}$ である。したがって、線分 MN の長さが最大となる n の値は、 $n = \boxed{\text{キ}}$ である。

また、直線 l 上に、点 M に対して点 N と反対側に任意の点 P をとる。点 P を中心にして線分 AB に接する円 Q を考える。円 Q と直線 AM の交点を S と T とするとき、 $AS \cdot AT$ の値は、 n を用いて表すと、 $AS \cdot AT = \boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅲ 座標空間において、4点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, -1, 2)$ がある。このとき、次の問いに答えよ。

線分 AB を $t:(1-t)$ ($0 < t < 1$) に内分する点を P とする。このとき、 $\overrightarrow{CP}$ を $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AB}$ を用いて表すと、 $\overrightarrow{CP} = \boxed{\text{ア}}$ である。

点 P が、点 C から線分 AB に下ろした垂線の交点となるのは、 $t = \boxed{\text{イ}}$ のときである。このとき、点 P の座標は、 $(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}})$ であり、 $\overrightarrow{OP} = \boxed{\text{カ}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{キ}} \overrightarrow{OB}$ である。

線分 BC と z 軸との交点を Q とするとき、 $\overrightarrow{OQ}$ を $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて表すと、 $\overrightarrow{OQ} = \boxed{\text{ク}} \overrightarrow{OB} + \boxed{\text{ケ}} \overrightarrow{OC}$ である。線分 AQ と線分 CP の交点と点 B を通る直線が、線分 CA と交わる点を R とするとき、 $\frac{CR}{RA} = \boxed{\text{コ}}$ である。

$\triangle ABC$ の面積と $\triangle PQR$ の面積の比は、 $\boxed{\text{サ}} : 1$ であり、四面体 $OPQR$ の体積は、 $\boxed{\text{シ}}$ である。

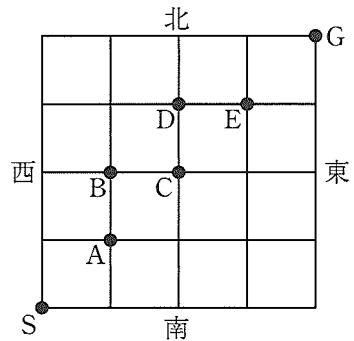
IV 図に示すように、ある街には東西に5本、南北に5本の道がある。ただし、1区画の長さはすべて1とする。このとき、次の問いに答えよ。

〔1〕 最短距離で点Sから点Gへ行く経路を考える。

(a) 点Dを通る経路は、全部で 通りである。

(b) DE間を通る経路は、全部で 通りである。

(c) 点Dまたは点Eを通る経路は、全部で 通りである。



〔2〕 PとQの2人が、点Sを同時に出発して、最短距離で点Eに向かって、毎分1の速さで、 t 分間移動するものとする。ただし、最短距離で行くすべての経路のなかで、どの経路を選ぶかは同様に確からしいものとする。

(a) PとQが1分間移動するものとする。1分後に同じ位置にいる確率は、 である。

(b) PとQが2分間移動するものとする。2分後に点Aで初めて再会する確率は、 である。ただし、2分後に点Aで初めて再会するとは、1分後にPとQは異なる位置にいた後、2分後に両者が点Aにいることを意味する。

(c) PとQが6分間移動するものとする。6分後に点Eで初めて再会する確率を求めることを考える。ただし、6分後に点Eで初めて再会するとは、1分後から5分後の間はPとQは異なる位置にいた後、6分後に両者が点Eにいることを意味する。

① PとQが2分後、3分後、4分後あるいは5分後に初めて再会する可能性がある位置は、全部で か所である。

② PとQが点Eに到達する経路の組合せは、全部で 通りである。

③ PとQが点Bで初めて再会して点Eに到達する経路の組合せは、全部で 通りであり、点Cで初めて再会して点Eに到達する経路の組合せは、全部で 通りである。

④ PとQが点Eで初めて再会する確率は、 である。

