

(第3時限：80分)

2017年度 ④

選 択 科 目 (全59ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～10
日 本 史	11～26
世 界 史	27～40
地 理	41～54
数 学	55～59

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 2つの放物線 $y = x^2 \cdots \textcircled{1}$ と $y = x^2 - 2x + 3 \cdots \textcircled{2}$ がある。次の問いに答えよ。

- (a) 2つの放物線の交点の座標は， ア である。
- (b) 放物線①上の点 (t, t^2) における接線の方程式は， $y =$ イ となる。
- (c) また，放物線①と②に共通な接線の方程式を求めると， $y =$ ウ となり，この接線と放物線②との接点の座標は， エ である。
- (d) 次に，2つの放物線と共通な接線に囲まれた部分の面積は， オ である。

〔2〕 x を実数とし， $[x]$ は x を超えない最大の整数を表すものとする。例えば，

$$[3.6] = 3, [-4.9] = -5, [\sqrt{5} - 1] = \text{カ}$$

次に， $[2x - 1] = [x] \cdots \textcircled{1}$ を満たす x の値の範囲を， $y = [2x - 1]$ と $y = [x]$ のグラフをかいて求める。

$[2x - 1] = 0$ のとき， x の値の範囲は， キ であり， $[2x - 1] = 1$ のとき， x の値の範囲は， ク である。

ここで， k を整数とすると， $[2x - 1] = k$ を満たす x の値の範囲は， ケ であるから， $k = -1, 0, 1, 2, \dots$ を代入することにより， $y = [2x - 1]$ のグラフをかくことができる。

同様にして， $y = [x]$ のグラフをかくことができる。

したがって，式①を満たす x の値の範囲は， コ $\leq x <$ サ となる。

[3] 方程式 $|x+3| + |x-2| = -x^2 + 6 \cdots \textcircled{1}$ について、次の問いに答えよ。ただし、シ ～ セ には、当てはまるものを下表の A, B, C のうちから 1 つずつを選んで記号で答えよ。なお、同じものを繰り返し選んでもよい。

(a) 方程式 $\textcircled{1}$ は

$x < -3$ の範囲では、シ

$-3 \leq x < 2$ の範囲では、ス

$2 \leq x$ の範囲では、セ

表

A	実数解を持たない。
B	1 個の実数解を持つ。
C	2 個の実数解を持つ。

(b) したがって、方程式 $\textcircled{1}$ の実数解を求めると、 $x =$ ソ である。

Ⅱ 個人Aの日給 Y_A は、個人Aの時間給 a と1日に働く時間 h_A によって、

$Y_A = a \cdot h_A$ で決まる。

個人Aの1日の満足度 U_A は次の式で示されると仮定する。

$$U_A = Y_A - \left(\frac{Y_A}{a} \right)^2$$

ただし、個人Aは、最も満足度が大きくなるように1日に働く時間 h_A を調整することで日給 Y_A を決定し、満足度が同じ値をとるときは、1日に働く時間 h_A が短くなるような日給 Y_A を選択する。

[1] このとき、個人Aの満足度を最大にするような日給 Y_A は、 であり、その時の満足度 U_A は、 である。

政府が「日給がある水準 $\bar{Y}$ より高い人からは税金を徴収し、 $\bar{Y}$ 以下の人には補助金を給付する」政策を新たに実施することにした。ただし、政府は、 $\bar{Y}$ を $0 < \bar{Y} \leq$ の範囲で設定し、1日あたりの税金・補助金の額はいずれも一定額 T ($T > 0$) とする。

[2] この政策のもとでは、個人Aの満足度 U_A は、次の式で示されるようになると仮定する。ただし、税金を支払うときの満足度と補助金を受け取るときの満足度が同じ大きさの場合には、税金を支払う方を選択する。

$$U_A = Y_A - T - \left(\frac{Y_A}{a} \right)^2 \quad (Y_A > \bar{Y})$$

$$U_A = Y_A + T - \left(\frac{Y_A}{a} \right)^2 \quad (Y_A \leq \bar{Y})$$

$Y_A > \bar{Y}$ のとき、個人Aの最大の満足度 U_A は、 になる。

政府が個人 A から税金を徴収するためには、

$$0 < \bar{Y} \leq \boxed{\text{ア}}$$

$$\boxed{\text{ウ}} \geq \bar{Y} + T - \left(\frac{\bar{Y}}{a}\right)^2$$

の 2 つの条件を同時に満たす様に $\bar{Y}$ を設定する必要がある。いま、 $a = 6$ 、

$T = 2$ とすると、政府が個人 A から税金を徴収するためには、

$0 < \bar{Y} \leq \boxed{\text{エ}}$ の範囲に $\bar{Y}$ を設定する必要がある。

〔3〕 個人 B の日給や満足度の式は、個人 A と同様に表されると仮定して考える。

したがって、個人 B も、最も満足度が大きくなるように 1 日に働く時間 h_B を調整することで日給 Y_B を決定し、満足度が同じ値をとるときは、1 日に働く時間 h_B が短くなるような日給 Y_B を選択する。また個人 B の時間給 b は $b > 0$ とする。いま、 $\bar{Y} = \boxed{\text{エ}}$ 、 $T = 2$ とする。このとき、個人 B が補助金を受け取ることになる時間給 b の範囲は $\boxed{\text{オ}}$ である。

Ⅲ A, B, C, D の4人がトーナメント形式（1回戦の勝者同士が決勝戦を行う）で対戦し、優勝を決める大会がある。大会の日の天候は、晴天か雨天のどちらかであり、その確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である。なお、大会の途中で天候は変わらないものとする。

雨天時、晴天時において、対戦する相手に勝つ確率は、次の①～④のとおりで、引き分けはないものとする。

- ① 雨天時、A が B, D のそれぞれに勝つ確率は、 $\frac{3}{5}$ である。
- ② 雨天時、C が B, D のそれぞれに勝つ確率は、 $\frac{7}{10}$ である。
- ③ 晴天時、A が C に勝つ確率は、 $\frac{3}{5}$ である。
- ④ ①～③以外の対戦は、雨天か晴天かにかかわらず、お互いの勝つ確率は、 $\frac{1}{2}$ である。次の問いに答えよ。

〔1〕 1回戦で A と B, C と D が対戦し、1回戦の勝者同士が決勝戦を行うとする。雨天時、晴天時のそれぞれの場合に、A が優勝する確率を求めよ。

〔2〕 1回戦で対戦する相手はくじ引きで決めるものとする。

（a）雨天時に、A が優勝する確率を求めよ。

（b）A が優勝したとき、大会の日の天候が雨天であった確率を求めよ。

