

I

〔1〕

ア	$\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$
イ	$\frac{b}{b + c}$
ウ	$\frac{c}{b + c}$
エ	$\frac{b}{a + b + c}$
オ	$\frac{c}{a + b + c}$

〔2〕

カ	3
キ	4
ク	1
ケ	2
コ	-4

〔3〕

サ	$\frac{2}{a}$
シ	1
ス	$\frac{1}{a}$
セ	$\frac{1}{a^2}$

II

ア	$\frac{1}{120}$
イ	$\frac{1}{4}$
ウ	10
エ	15
オ	①
カ	③
キ	15

Ⅲ

〔1〕

$$\begin{aligned} S_k &= 3^{k-1} + 3^{k-2} + \cdots + 3^2 + 3^1 + 3^0 + 3^1 + 3^2 + \cdots + 3^{k-2} + 3^{k-1} \\ &= 2(3^0 + 3^1 + 3^2 + \cdots + 3^{k-2} + 3^{k-1}) - 3^0 \\ &= 2 \cdot \frac{1 \cdot (3^k - 1)}{3 - 1} - 1 \\ &= 3^k - 2 \end{aligned} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=1}^p S_k \\ &= \sum_{k=1}^p (3^k - 2) \\ &= \frac{3^1(3^p - 1)}{3 - 1} - 2p \\ &= \frac{1}{2}(3^{p+1} - 4p - 3) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

〔2〕 第 k 群には $2k-1$ 項含まれるから、
第 1 群から第 k 群までに含まれる項数は、

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^k (2l-1) &= 2 \cdot \frac{1}{2} k(k+1) - k \\ &= k^2 \end{aligned}$$

よって、 a_n が第 m 群に含まれるとすれば、

$$(m-1)^2 < n \leq m^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

・ $n=50$ のとき①をみたす自然数 m は、

$$(8-1)^2 = 49, 8^2 = 64$$

より、 $m=8$

よって、 a_{50} は第 8 群の $(50-49=)$ 1 番目の項であるから、

$$a_{50} = 3^7 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

・ $n=100$ のとき①をみたす自然数 m は、

$$(10-1)^2 = 81, 10^2 = 100$$

より、 $m=10$

よって、 a_{100} は第 10 群の $(100-81=)$ 19 番目の項であり、

第 10 群には $(2 \cdot 10 - 1 =)$ 19 項含まれることを考えると、

$$a_{100} = 3^9 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

〔3〕 $\{a_n\}$ において m 個目の 1 は、第 m 群の中央に現れるから、

その項は、 $\{a_n\}$ の

$$(m-1)^2 + \frac{(2m-1)+1}{2} = m^2 - m + 1 \quad (\text{番目})$$

である。したがって、

$$b_m = m^2 - m + 1 \quad (m=1, 2, \cdots) \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

〔4〕 $\{a_n\}$ の初項から第 1000 項までに、1 である項が l 個含まれるとすると、

l は次の不等式をみたす最大の自然数である。

$$\begin{aligned} l^2 - l + 1 &\leq 1000 \\ (l-1)l + 1 &\leq 1000 \end{aligned}$$

$31 \cdot 32 + 1 = 993, 32 \cdot 33 + 1 = 1057$ であるから、 $l=32$

したがって、 $\{a_n\}$ の初項から第 1000 項までに、1 である項は

$$32 \text{ 個} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

ある。

〔5〕 $n=1000$ のとき①をみたす自然数 m は、

$$(32-1)^2 = 961, 32^2 = 1024$$

より、

$$m=32$$

よって、 a_{1000} は第 32 群に含まれる。

ここで、〔4〕より、 $a_{993} = 1$ であるから、 $1000 - 993 = 7$ より、

$$a_{1000} = 3^7 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$