

(第3時限：80分)

2019年度 ①

選 択 科 目 (全50ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～6
日 本 史	7～20
世 界 史	21～36
地 理	37～46
数 学	47～50

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

- 〔1〕 a, b, c はいずれも正の整数である。3次関数 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ が極大値と極小値をもつ条件は， $b < \text{ア}$ である。

$a = 4$ とするとき，この3次関数が極大値と極小値をもつ場合に， b のとり得る値は イ 個あり，そのうち b が最大値をとるとき，極大値は ウ ，極小値は エ となる。このとき，方程式 $y = 0$ が重解をもつなら， c は正の整数より， c の値は オ である。

- 〔2〕 中心 O の円 O に内接している $\triangle ABC$ を考える。 $AB = 7$ ， $BC = 8$ ， $CA = 5$ のとき， $OC = \text{カ}$ となり， $\triangle ABC$ の面積は キ になる。また， $\triangle ABC$ に内接する円 Q の半径は ク であり，円 O の面積は，円 Q の面積の ケ 倍になる。

〔3〕 2019年2月の数字を並べてできる整数20192について考える。

(a) 20192は、 $20192 = 2^{\boxed{\text{コ}}} \times N_1$ (ただし N_1 は奇数) と表せる。

ここで、 $N_1 \leq n^2$ を満たす最小の正の整数は、 $n = \boxed{\text{サ}}$ である。また $\boxed{\text{サ}}$ 以下の素数は、 $\boxed{\text{シ}}$ 個ある。 N_1 は、整数の範囲で、 $\boxed{\text{サ}}$ 以下の $\boxed{\text{ス}}$ ので、 $\boxed{\text{セ}}$ 。ただし、 $\boxed{\text{ス}}$ はA群、 $\boxed{\text{セ}}$ はB群から適切なものを1つ選び、番号で答えよ。

A群

- | | |
|----------------|---------------|
| ① どの素数でも割りきれ | ② ある素数で割りきれ |
| ③ どの素数でも割りきれない | ④ ある素数で割りきれない |

B群

- | | |
|---------|---------|
| ① 素数である | ② 素数でない |
|---------|---------|

(b) 次に、 $20192 = 8 \times N_2$ (ただし N_2 は整数) と表すと、

$$N_2 = \boxed{\text{ソ}} \times 7^4 + 0 \times 7^3 + \boxed{\text{タ}} \times 7^2 + 3 \times 7 + \boxed{\text{チ}}$$

となる。よって、20192を7進法で表記すると、 $\boxed{\text{ツ}}_{(7)}$ となる。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ は1以上で6以下の整数、 $\boxed{\text{タ}}$ と $\boxed{\text{チ}}$ はいずれも0以上で6以下の整数とする。

(注：17を7進法で表記すると、 $23_{(7)}$ と表される。)

Ⅱ 複数の都市を巡回するルートを考える。いま、 xy 座標平面上で、都市の位置を (x, y) で表し、原点 O を出発点とする。各都市の間は最短距離で移動できるものとする。このとき、次の問いに答えよ。

〔1〕 3つの都市 A, B, C を考え、それぞれの位置の座標を都市 A は $(1, 3)$ 、都市 B は $(2, -2)$ 、都市 C は $(-4, 1)$ とする。 A, B, C の都市をそれぞれ1回ずつ訪れて、ふたたび原点 O に戻る巡回ルートは ア 通りある。ただし、あるルートとその逆の向きのルートは同じものとする。例えば $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O$ に対して $O \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow O$ のルートは同じものとする。最も移動距離の短い巡回ルートは $O \rightarrow$ イ $\rightarrow$ ウ $\rightarrow$ エ $\rightarrow O$ となる。ただし、イ はアルファベット順において エ よりも前に出てくるアルファベットとすること。

〔2〕 都市の数が10あるとすると、それぞれの都市を1回ずつ訪れてふたたび原点に戻る巡回ルートの数

$$2^{\text{オ}} \times 3^{\text{カ}} \times 5^{\text{キ}} \times 7^{\text{ク}}$$

となる。ここでも、あるルートとその逆の向きのルートは同じものとする。

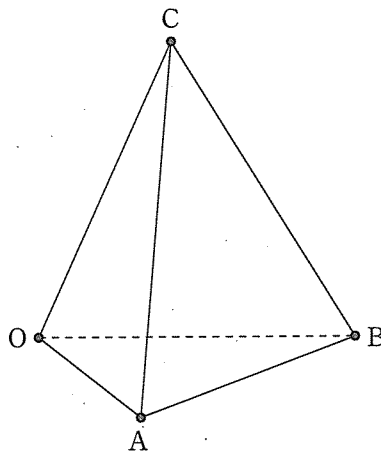
これは ケ 桁の数となる。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。ただし、ある数 x について、 $x = x^1$ と表す。

Ⅲ 図のような四面体 $OABC$ があり, $AB = AC = 2$, $BC = 3$, $OA = 1$,
 $OB = OC = 2$ である。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき, 次の問いに答え
 よ。

〔1〕 3つの内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$ の値をそれぞれ求めよ。

〔2〕 平面 OAB 上の点 H について, CH と平面 OAB が垂直であるとき, $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$,
 $\vec{b}$ を用いて表せ。

〔3〕 辺 BC の中点を M とする。平面 OAB 上に点 P を $CP + MP$ が最小となる
 ように定めるとき, $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。



図

