

(第3時限：80分)

2019年度 ③

選 択 科 目 (全48ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～6
日 本 史	7～18
世 界 史	19～32
地 理	33～44
数 学	45～48

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

- 〔1〕 $AB = c$ ， $BC = a$ ， $CA = b$ である $\triangle ABC$ について考える。ただし，答えは a ， b ， c を用いた式で表すこととする。

$\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ の内積は $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{ア}}$ となる。

また， $\angle BAC$ の 2 等分線と辺 BC の交点を D ， $\triangle ABC$ の内心を I とすると，
 $\overrightarrow{AD} = \boxed{\text{イ}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{ウ}} \overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{AI} = \boxed{\text{エ}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{オ}} \overrightarrow{AC}$ となる。

- 〔2〕 x についての 2 次方程式

$$x^2 + ax + b = 0 \quad \cdots \cdots \text{①}$$

3 次方程式

$$px^3 + qx^2 + x + r = 0 \quad \cdots \cdots \text{②}$$

を考える。ただし， a ， b ， p ， q ， r は実数であり， $p \neq 0$ とする。また， i は虚数単位とする。

①の解の 1 つが $\frac{-3 + \sqrt{7}i}{2}$ であるならば， $a = \boxed{\text{カ}}$ ， $b = \boxed{\text{キ}}$

である。

次に，②も $\frac{-3 + \sqrt{7}i}{2}$ を解にもつとする。また，②の左辺の式を $x + 2$

で割ったとき，余りが -6 であるならば， $p = \boxed{\text{ク}}$ ， $q = \boxed{\text{ケ}}$ ，
 $r = \boxed{\text{コ}}$ である。

- [3] 座標平面において、 $|y| \leq -a|x| + 1$ (a は正の定数) が表す領域の面積は、 となる。また、点 (x, y) がこの領域を動くとき、 $x + y$ と $x^2 + y^2$ の最大値をそれぞれ p, q とおくと、 $a \geq$ の場合には $p = q = 1$ となり、 $a <$ の場合には $p =$, $q =$ となる。

II ある薬品の水溶液 A が毎秒 1 g, 容器に注がれている。A の濃度は時間とともに変化し、注ぎはじめからの時間が t 秒 ($0 \leq t \leq 60$) のとき注がれる A の濃度 (%) は、

$$f(t) = \frac{1}{40}t^2 - \frac{1}{2}t + 10$$

である。水溶液の濃度 (%) は $\frac{\text{薬品の質量 (g)}}{\text{水溶液の総質量 (g)}} \times 100$ とする。最初は容器には何も入っていない。

容器の中の水溶液を水溶液 B とよぶ。

x 秒後 ($0 < x \leq 60$)、B の濃度 (%) は、

$$\frac{\text{B 中の薬品の質量 (g)}}{\text{B の総質量 (g)}} \times 100 = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$$

$$= \boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}}$$

となる。この B の濃度が最低となる時間を調べる。

A と B の濃度が同じになる時間は、注ぎはじめてから $\boxed{\text{エ}}$ 秒後となる。このとき、注ぎはじめてからの時間が $\boxed{\text{エ}}$ 秒よりも短いと、 $\boxed{\text{オ}}$ ので、A を加え続けると B の濃度は $\boxed{\text{カ}}$ 。また、注ぎはじめてからの時間が $\boxed{\text{エ}}$ 秒よりも長いと濃度の変化が逆になる。よって、B の濃度が最低となる時間は、注ぎはじめてから $\boxed{\text{キ}}$ 秒後である。

ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ は次のそれぞれの選択肢から 1 つ選び、番号で答えよ。

$\boxed{\text{オ}}$ の選択肢

- ① A より B の濃度が高い ② B より A の濃度が高い
③ A と B の濃度が等しい

$\boxed{\text{カ}}$ の選択肢

- ① 高くなる ② 変わらない ③ 低くなる

Ⅲ 数列 $\{a_n\}$ を.

1, 3, 1, 3, 9, 3, 1, 3, 9, 27, 9, 3, 1, 3, 9, 27, 81, 27, 9, ..., 81, 243, ...

とする。 $\{a_n\}$ を

$1 \mid 3, 1, 3 \mid 9, 3, 1, 3, 9 \mid 27, 9, 3, 1, 3, 9, 27 \mid 81, 27, 9, \dots, 81 \mid 243, \dots$

のように、第 k 群の最初の項と最後の項がともに 3^{k-1} となるように群に分けて考える。このとき、次の問いに答えよ。

[1] 第 k 群に含まれる項の和を S_k とするとき、 S_k を求めよ。また、 $S = \sum_{k=1}^p S_k$ を求めよ。

[2] $\{a_n\}$ において a_{50} , a_{100} をそれぞれ求めよ。答えは 3 の累乗の形で答えてもよい。

[3] $\{a_n\}$ において、 $a_1 = 1$, $a_3 = 1$, $a_7 = 1$ のように $a_n = 1$ となる n を小さい順に並べて数列を作ると、

1, 3, 7, ...

となる。この数列を $\{b_m\}$ とするとき、一般項 b_m を求めよ。

[4] $\{a_n\}$ の初項から第 1000 項までに、1 である項は何個あるか。

[5] a_{1000} を求めよ。答えは 3 の累乗の形で答えてもよい。

