

(第3時限：100分)

2019年度 ②

数 学 問 題

(全6ページ)

薬学方式専用

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題文の にあてはまる適当なものを、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
3. 解答用紙2枚・下書用紙2枚は、この冊子の中に折り込んであります。
4. 試験終了後、問題冊子・下書用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの設問について問題文の にあてはまる適当なものを、
解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

Ⅰ

〔1〕 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき、 x についての方程式

$$\log_3 \sin x + \log_3 \cos x + 2\log_3 2 - \frac{1}{2} = 0$$

の解は $x =$ ア , イ である。

ただし、 ア < イ とする。

〔2〕 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， $CD = 5$ ，
 $DA = 2$ とする。

このとき、次の問いに答えよ。

(a) $\cos \angle DAB =$ ウ である。

(b) 四角形 ABCD の面積は エ である。

(c) 直線 AB と直線 CD の交点を P とするとき、 $\triangle PBC$ の面積は オ
である。

[3] x についての3次方程式

$$x^3 + (a - 5)x^2 + (a + 8)x - 6a - 4 = 0$$

を考える。

(a) この方程式はどのような a の値についても, $x = \boxed{\text{カ}}$ を解にもつ。

(b) この方程式が異なる二つの実数解をもつとき,

$a = \boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}} < \boxed{\text{ケ}}$ とする。

Ⅱ 異なる3点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $P(x, 0)$ を考える。ただし, x_1, x_2, y_1, y_2 は実数の定数であり, $x_1 < x_2, y_1 < 0 < y_2$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

〔1〕 線分 AP の長さは $AP = \boxed{\text{ア}}$, 線分 BP の長さは $BP = \boxed{\text{イ}}$ と表される。

〔2〕 正の二つの実数を n_1, n_2 とし, $f(x) = n_1 AP^2 + n_2 BP^2$ とおく。関数 $f(x)$ の x についての導関数は $f'(x) = \boxed{\text{ウ}} x - \boxed{\text{エ}}$ となる。関数 $f(x)$ が最小値をとるのは $x = \boxed{\text{オ}}$ のときである。このときの点 P の x 座標は, 線分 AB を $\boxed{\text{カ}} : \boxed{\text{キ}}$ に内分する点の x 座標と同じである。そして, 関数 $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{ク}} (x_2 - x_1)^2 + \boxed{\text{ケ}} y_1^2 + \boxed{\text{コ}} y_2^2$ と表される。

〔3〕 点 P を通って y 軸に平行な直線を l とし, 直線 l と線分 AP のなす角を θ_1 , 直線 l と線分 BP のなす角を θ_2 とする。ただし, $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$, $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$ とする。関数 $f(x)$ が最小値をとるとき, 次のようになる。

$$\sin \theta_1 = \frac{\boxed{\text{サ}} (x_2 - x_1)}{\sqrt{\boxed{\text{シ}} (x_2 - x_1)^2 + (n_1 + n_2)^2 y_1^2}}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\boxed{\text{ス}} (x_2 - x_1)}{\sqrt{\boxed{\text{セ}} (x_2 - x_1)^2 + (n_1 + n_2)^2 y_2^2}}$$

Ⅲ 座標の定められた空間において、原点 O を通りベクトル $\vec{a} = (1, 3, 0)$ に平行な直線を l_1 とし、点 $(2, 1, 1)$ を通りベクトル $\vec{b} = (-2, 4, 0)$ に平行な直線を l_2 とする。点 P を直線 l_1 上に、点 Q を直線 l_2 上にとる。

このとき、次の問いに答えよ。

〔1〕 直線 l_1 は平面 $z = \boxed{\text{ア}}$ に含まれ、直線 l_2 は平面 $z = \boxed{\text{イ}}$ に含まれている。実数 s を媒介変数としてベクトル $\overrightarrow{OP}$ を成分を用いて表すと $(s, \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}})$ になる。また、実数 t を媒介変数としてベクトル $\overrightarrow{OQ}$ を成分を用いて表すと $(2 - 2t, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$ になる。

〔2〕 $|\overrightarrow{PQ}|$ は $s = \boxed{\text{キ}}$, $t = \boxed{\text{ク}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。このとき、 $\overrightarrow{PQ}$ の成分は $(\boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}})$ であり、したがって直線 PQ は直線 l_1 を含む平面 $z = \boxed{\text{ア}}$ と直線 l_2 を含む平面 $z = \boxed{\text{イ}}$ にそれぞれ直交している。

〔3〕 $|\overrightarrow{PQ}|$ が最小になる点 P に対して、まず、2点 A, B を $\triangle PAB$ が正三角形になるように直線 l_2 上にとる。次に、点 S を四面体 $SPAB$ が正四面体になるようにとる。このとき、 $\triangle PAB$ の面積は $\boxed{\text{ス}}$ になり、正四面体 $SPAB$ の体積は $\boxed{\text{セ}}$ になる。

IV

〔1〕 3種類のアلفベット A, T, G を使ってできる 2 文字の並びを考え、はじめの 2 文字の並びは、左の文字も右の文字も A である AA とする。すべての目が同じ確率で出現する 1 個のさいころを投げると、次の規則にしたがって 2 文字のうち 1 文字が変わる。

- 偶数の目が出たら左の文字が変わり、奇数の目が出たら右の文字が変わる。
- 変わる前の文字が A のときは、その文字が T に変わる。
変わる前の文字が T のときは、その文字が G に変わる。
変わる前の文字が G のときは、その文字が A に変わる。

(a) 2 回続けて 1 個のさいころを投げた後に、2 文字の並びが TT である確率は、ア である。

(b) 3 回続けて 1 個のさいころを投げた後に、2 文字の並びが AA である確率は、イ である。

(c) 6 回続けて 1 個のさいころを投げた後に、2 文字の並びが AA である確率は、ウ であり、2 文字の並びが A を含んでいない確率は、エ である。

(d) $3n$ 回 (n は自然数) 続けて 1 個のさいころを投げた後に、2 文字の並びが AA である確率を $P(3n)$ とすると、さらに 3 回続けて 1 個のさいころを投げた後に 2 文字の並びが AA である確率 $P(3(n+1))$ は、 $P(3n)$ を用いて表すと オ である。

(e) $3n$ 回 (n は自然数) 続けて 1 個のさいころを投げた後に、2 文字の並びが AA である確率は、カ である。

〔2〕 2種類のアルファベット A, T を使ってできる 2 文字の並びを考え, はじめの 2 文字の並びは, 左の文字も右の文字も A である AA とする。偶数の目が出る確率が p ($0 < p < 1$) で, 奇数の目が出る確率が $(1 - p)$ である特別な 1 個のさいころを投げると, 次の規則にしたがって 2 文字のうち 1 文字が変わる。

- 偶数の目が出たら左の文字が変わり, 奇数の目が出たら右の文字が変わる。
- 変わる前の文字が A のときは, その文字が T に変わる。
- 変わる前の文字が T のときは, その文字が A に変わる。

(a) 2 回続けて 1 個のさいころを投げた後に, 2 文字の並びが AA である確率は,

 である。

(b) 4 回続けて 1 個のさいころを投げた後に, 2 文字の並びが AA である確率は,

 である。

