

(第3時限：80分)

2020年度 ②

# 選 択 科 目 (全49ページ)

## 問 題

|             | ページ   |
|-------------|-------|
| 政治・経済 ..... | 1～6   |
| 日 本 史 ..... | 7～20  |
| 世 界 史 ..... | 21～32 |
| 地 理 .....   | 33～44 |
| 数 学 .....   | 45～49 |

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

## 数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の  にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 不等式  $(|x| + 1)^2 + y^2 \leq 4$  の表す座標平面上の領域を  $D$  とする。

(a) 方程式  $(|x| + 1)^2 + y^2 = 4$  を満たす図形と， $x$  軸との共有点の座標は，

$(\text{ア}, 0)$  と  $(-\text{ア}, 0)$  で， $y$  軸との共有点の座標は，

$(0, \text{イ})$  と  $(0, -\text{イ})$  である。

ただし， $\text{ア}$ ， $\text{イ}$  は正の数とする。

(b) 領域  $D$  の表す図形の面積は  $\text{ウ}$  である。

(c) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  を動くとき， $x + y$  の最大値は  $\text{エ}$  で，最小値は  $\text{オ}$  である。

(d) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  を動くとき， $(x - 3)^2 + (y - 2)^2$  の最大値は  $\text{カ}$  で，最小値は  $\text{キ}$  である。

〔2〕 サイコロを3回投げるとき、出た目の最小値を  $m$ 、最大値を  $M$  とする。ただし、 $m \leq M$  とする。

(a)  $m = 5$  となる確率は  である。

(b)  $m \leq 4 \leq M$  となる確率は  である。

(c)  $m = 2$  かつ  $M = 6$  となる確率は  である。

(d)  $M - m = 3$  となる確率は  である。

〔3〕 点  $(-5, 7)$  から、放物線  $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$  ……① に引いた接線のうち、傾きが大きい方の接線を  $l_1$  とするとき、 $l_1$  の方程式は、 $y =$    $x -$   である。また、 $l_1$  に垂直で、放物線①に接する直線を  $l_2$  とするとき、 $l_2$  の方程式は、 $y =$    $x +$   である。

次に、放物線①と  $l_1$  の接点を A、 $l_1$  と  $l_2$  の交点を B、放物線①と  $l_2$  の接点を C とする。線分 AB と線分 BC を隣り合う2辺とする長方形の残りの頂点を D とするとき、長方形 ABCD の面積は  である。また、放物線①と  $l_1$ 、 $l_2$  で囲まれた図形の面積は  である。

Ⅱ 次の問いに答えよ。ただし、サとス以外はすべて正の整数で解答すること。なお、解答にあたっては、以下の(1)、(2)を用いる。

(1)  $a$  を実数とすると、 $a$  を超えない最大の整数を、記号を用いて  $[a]$  と表す。このとき、 $[a] \leq a < [a] + 1$  である。

(2)  $b \geq 0, c \geq 0$  のとき、 $\sqrt{b} \geq \sqrt{c} \Leftrightarrow b \geq c$  である。

ある工場の経営者が雇いたい人の数  $A$  (人) と、この工場で働きたい人の数  $B$  (人) は、時給  $P$  (円) によって変化する。ただし、 $A$  と  $B$  は整数であり、 $P$  は  $800 \leq P \leq 1600$  を満たす整数とする。

ただし、問ア、問イは設問が不適切であったため、受験者全員に加点する。

$A$  は次の式①で決まることが知られている。

$$A = [\sqrt{20(3081 - P)}] \cdots \cdots \text{①}$$

例えば、時給が  $P = 1801$  のとき、この経営者が雇いたい人の数は、式①より

ア である。

一方、 $B$  は次の式②で決まることが知られている。

$$B = [\sqrt{50(P - 280)}] \cdots \cdots \text{②}$$

例えば、時給が  $P = 730$  のとき、この工場で働きたい人の数は、式②より

イ である。

この経営者は、雇いたい人の数  $A$  と、工場で働きたい人の数  $B$  が等しくなる時給で人を雇いたいと考えている。

まず、

$$20(3081 - Q) = 50(Q - 280) \cdots \cdots \text{③}$$

を満たす  $Q$  を求め、小数第1位を四捨五入すると、その値は ウ となる。

ウ の値を時給  $P$  として考えると、 $A = B =$  エ となる。

次に、 $A = B = \boxed{\text{エ}}$  となる  $P$  を求める。ただし、 $P$  が複数求められる場合は、経営者は最も低い時給を選択するものとする。まず、 $A = \boxed{\text{エ}}$  であるとき、式①より、次の不等式④が成立する。

$$\left( \boxed{\text{エ}} \right)^2 \leq 20(3081 - P) < \left( \boxed{\text{エ}} + 1 \right)^2 \dots\dots ④$$

この不等式を満たす整数  $P$  のうち、最小のものは  $\boxed{\text{オ}}$  であり、最大のものは  $\boxed{\text{カ}}$  である。一方、 $B = \boxed{\text{エ}}$  であるとき、式②より、次の不等式⑤が成立する。

$$\left( \boxed{\text{エ}} \right)^2 \leq 50(P - 280) < \left( \boxed{\text{エ}} + 1 \right)^2 \dots\dots ⑤$$

この不等式を満たす整数  $P$  のうち、最小のものは  $\boxed{\text{キ}}$  であり、最大のものは  $\boxed{\text{ク}}$  である。以上の結果から、経営者が最も低い時給を選ぶと、その値は  $\boxed{\text{ケ}}$  となる。

ここで、 $\boxed{\text{ケ}}$  を  $P_0$ 、 $\boxed{\text{エ}}$  を  $X_0$  で表し、時給が  $P_0$  から変化したときの工場で働くことができる人の数の変化を考える。ただし、変化後の価格のもとで求められる  $A$  と  $B$  が異なる場合は、工場で働くことができる人の数は  $A$  と  $B$  の小さい方の数で決まるものとする。

経営者が時給を 381 円上げる場合を考える。このときの時給  $P_1$  は、 $P_1 = P_0 + 381$  になるので、この工場で働くことができる人の数  $X_1$  は  $X_1 = \boxed{\text{コ}}$  になる。 $X_0$  と  $X_1$  の大小関係について、不等号を用いて表すと  $\boxed{\text{サ}}$  になる。一方、経営者が時給を 152 円下げる場合を考える。このときの時給  $P_2$  は、 $P_2 = P_0 - 152$  になるので、この工場で働くことができる人の数  $X_2$  は  $X_2 = \boxed{\text{シ}}$  になる。 $X_0$  と  $X_2$  の大小関係について、不等号を用いて表すと  $\boxed{\text{ス}}$  になる。

Ⅲ  $a_1 = 2, a_{n+1} = 5 - \frac{4}{a_n} \ (n = 1, 2, 3, \dots)$  によって定められる数列  $\{a_n\}$

に対して、数列  $\{b_n\}$  を、 $b_n = a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n$  で定義する。

〔1〕  $b_2, b_3$  を求めよ。

〔2〕  $b_{n+1}$  を  $b_n$  と  $b_{n-1}$  を用いて表せ。ただし、 $n$  は 2 以上の自然数とする。

〔3〕  $c_n = b_{n+1} - b_n$  と定めるとき、数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。

〔4〕 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。

〔5〕 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。



