

(第3時限：80分)

2020年度 ⑤

選 択 科 目 (全51ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～8
日 本 史	9～22
世 界 史	23～34
地 理	35～46
数 学	47～51

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答する科目

受験学部	解答する科目
経済学部	「数学」を解答すること
上記以外の学部	政治・経済、日本史、世界史、地理、数学 から1科目選択

(注) 受験学部を受験票で十分に確認すること。

3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 $1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4 = \sum_{k=1}^n k^4$ を求めることを考える。そのために恒等式

$(k+1)^5 - k^5 = \text{ア}$ を用いる。ただし， ア は k の降べきの順で答えるものとする。

この恒等式に， $k = 1, 2, 3, \dots, n$ を代入して辺々加えた式を整理すると，

$$5 \sum_{k=1}^n k^4 = (n+1)^5 - n^5 - \text{イ} \sum_{k=1}^n k^3 - \text{ウ} \sum_{k=1}^n k^2 - \text{エ} \sum_{k=1}^n k$$

となる。よって，

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{1}{30} n(n+1) \left(\text{オ} \right) \left(\text{カ} \right)$$

となる。ただし， オ は， n の 1 次式， カ は n の 2 次式で答えよ。

- [2] $\triangle OAB$ があり、辺 OA を $3:1$ に外分する点を C 、辺 OB を $3:2$ に内分する点を D とする。

ここで、線分 AB と線分 CD との交点を E とするとき、

$$\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{キ}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{ク}} \overrightarrow{OB} \text{ となる。}$$

また、直線 OE と線分 BC との交点を F とするとき、

$$\overrightarrow{OF} = \boxed{\text{ケ}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{コ}} \overrightarrow{OB} \text{ となり、} \triangle OAB \text{ の面積は、} \triangle CEF \text{ の面積の } \boxed{\text{サ}} \text{ 倍である。}$$

次に、 $\triangle OCD$ の辺 CD の中点を M とする。 $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{CD}$ が垂直であるとき、辺 OA の長さは、辺 OB の長さの $\boxed{\text{シ}}$ 倍である。さらに、線分 OM を $2:1$ に内分する点を N とし、 $|\overrightarrow{ON}| = |\overrightarrow{NC}|$ であるとき、 $\angle AOB$ の大きさは、 $\boxed{\text{ス}}^\circ$ である。

- [3] 次の問いに答えよ。答えは記号を用いず、数字で求めよ。

(a) 赤玉 5 個、白玉 4 個が入っている袋から、3 個の玉を同時に取り出す。

このとき、少なくとも 1 個は白玉が出る確率は $\boxed{\text{セ}}$ である。

次に赤玉 5 個、白玉 4 個、青玉 2 個が入っている袋から、4 個の玉を同時に取り出す。このとき、以下の確率を求めよ。

(b) 少なくとも 1 個は青玉が出る確率は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(c) 3 色すべての色の玉が出る確率は $\boxed{\text{タ}}$ である。

(d) 出た玉の色が 2 色である確率は $\boxed{\text{チ}}$ である。

Ⅱ あるグループで、数学と英語についてそれぞれ 10 点満点のテストを行った。得点は 0 と 10 の間の整数値とする。

〔1〕はじめに、A～D の 4 名の生徒がテストを受けた。得点の分布は表に示しておりである。

生徒	数学の得点	英語の得点
A	1	3
B	3	7
C	6	2
D	10	8

数学の得点と英語の得点の相関係数は ア と求められる。

〔2〕 後日、もう1名の生徒Eが同じテストを受けた。Eの数学と英語の得点をそれぞれ x , y とする。Eを加えた5名の得点について、数学と英語の得点の分散はそれぞれ x と y を用いて イ と ウ と求められる。

5名の生徒の数学の得点と英語の得点の相関係数は

$$r = \frac{\text{エ}}{\sqrt{\text{オ}} \cdot \sqrt{\text{カ}}} \dots\dots ①$$

となる。ただし、エ は x と y の両方を含む多項式、オ は x の多項式、カ は y の多項式とし、いずれも各項の係数は整数とする。

x がA～Dの4名の生徒の数学の得点の平均値に等しく、 y がA～Dの4名の生徒の英語の得点の平均値に等しいときは、式①の相関係数 r の値は キ となる。

式①の相関係数 r の値が0となる x と y の値の組は ク 通りあり、そのうち $x + y$ が最大となる x と y の組み合わせは (ケ , コ) あるいは (コ , ケ) である。ただし、ケ > コ とする。

また、 x と y がいずれも ケ と等しいとき、式①の相関係数 r の値は サ となる。

Ⅲ a は正の定数とする。関数 $f(x) = x^3 + 3ax^2 - 9a^2x + a$ について、次の問いに答えよ。

〔1〕 $y = f(x)$ の極値を求めよ。

〔2〕 $y = f(x)$ の $0 \leq x \leq 4$ における最小値を $m(a)$ とするとき、 a の値で場合を分けて、 $m(a)$ を a の式で表せ。

〔3〕 $y = f(x)$ の $0 \leq x \leq 4$ における最大値を $M(a)$ とするとき、 a の値で場合を分けて、 $M(a)$ を a の式で表せ。

〔4〕 $y = f(x)$ の表す曲線が x 軸に接するとき、この曲線と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

