

(第3時限：80分)

2021年度 ③

選 択 科 目 (全47ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～10
日 本 史	11～22
世 界 史	23～34
地 理	35～42
数 学	43～47

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

- 〔1〕 O を原点とする座標平面上の点 A, B, C の座標が，それぞれ $(-2, 4)$ ， $(6, 8)$ ， $(-4, -2)$ であるとき， $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ の条件を満たす点 P の軌跡は，中心座標 $D \left(\begin{array}{|c|} \hline \text{ア} \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \text{イ} \\ \hline \end{array} \right)$ ，半径 の円となる。
- また，このとき， $|\overrightarrow{CP}|$ の最大値は である。

直線 CD 上の点 Q は， $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OC} + t\overrightarrow{CD}$ (t は実数) と表せるので， $\overrightarrow{OQ} = \left(\begin{array}{|c|} \hline \text{オ} \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \text{カ} \\ \hline \end{array} \right)$ となる。このことから， $|\overrightarrow{CP}|$ が最大となるときの点 P の座標は $\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{キ} \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \text{ク} \\ \hline \end{array} \right)$ である。

- 〔2〕 a, b を定数とする。関数 $f(x) = 2x^2 - ax + b$ がある。

- (a) $y = f(x)$ のグラフが2点 $(2, 5)$ ， $(-2, 21)$ を通るとき， $a = \begin{array}{|c|} \hline \text{ケ} \\ \hline \end{array}$ ， $b = \begin{array}{|c|} \hline \text{コ} \\ \hline \end{array}$ である。このとき， $0 \leq x \leq 5$ における $f(x)$ の最大値は ，最小値は である。

- (b) $a \geq 0$ とする。 $0 \leq x \leq 5$ における $f(x)$ の最小値は2であり，最大値を M とする。 a の値を次の3つの範囲に分けるととき，それぞれの範囲において， M を a を用いて表せ。

(i) $0 \leq a < 10$ のとき， $M = \begin{array}{|c|} \hline \text{ス} \\ \hline \end{array}$

(ii) $10 \leq a < 20$ のとき， $M = \begin{array}{|c|} \hline \text{セ} \\ \hline \end{array}$

(iii) $20 \leq a$ のとき， $M = \begin{array}{|c|} \hline \text{ソ} \\ \hline \end{array}$

〔3〕 a を定数とする。

(a) 不等式 $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a < 0$ を解くと、

$\boxed{\text{タ}}$ $< x < \boxed{\text{チ}}$ である。

不等式 $3^x \times 9 < 3^{x^2} \times 27^x \times \frac{1}{3}$ を解くと、

$x < \boxed{\text{ツ}}$, $\boxed{\text{テ}}$ $< x$ である。

不等式 $\log_3(x + 1) + \log_{\frac{1}{3}}(3 - x) > 1$ を解くと、

$\boxed{\text{ト}}$ $< x < \boxed{\text{ナ}}$ である。

(b) 次に、実数 x についての条件 P , Q , R を

$$P : x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a < 0$$

$$Q : 3^x \times 9 < 3^{x^2} \times 27^x \times \frac{1}{3}$$

$$R : \log_3(x + 1) + \log_{\frac{1}{3}}(3 - x) > 1$$

と定める。 P が R の必要十分条件であるとき、 $a = \boxed{\text{ニ}}$ である。また、 Q は R であるための $\boxed{\text{ヌ}}$ 。ただし、 $\boxed{\text{ヌ}}$ は次の①～④のうちからあてはまるものを1つ選び、①～④の番号で答えよ。

- ①必要十分条件である
- ②必要条件であるが、十分条件でない
- ③十分条件であるが、必要条件でない
- ④必要条件でも十分条件でもない

Ⅱ 400 人からなる集団 X を対象として、暗算を行う時に感じるストレスレベルを、唾液によって計測する実験を行った。ストレスレベルは、0 から 100 で判定され、数値が高い程、感じているストレスレベルが高いことを示す。

〔1〕 集団 X の中から選んだ A～J の 10 人のストレスレベルは表 1 のとおりになった。

表 1

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
50	66	75	2	60	2	69	80	4	72

この 10 人のストレスレベルの平均値は , 中央値は , 四分位偏差は , 標準偏差は である。

〔2〕 集団 X のメンバーを「前日の睡眠時間が 7 時間以上」のグループと、「前日の睡眠時間が 7 時間未満」のグループに分けた。各グループの人数は、それぞれ 200 人であった。結果を箱ひげ図に示すと図 1 のようになった。

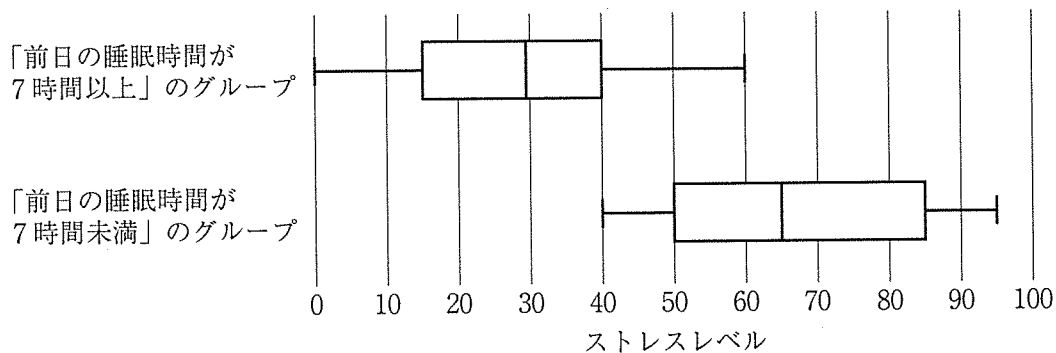


図 1

(a) 図 1 から、「前日の睡眠時間が 7 時間以上」のグループのうち、ストレスレベルが 50 以下の人数は、少なくとも 人である。また、「前日の睡眠時間が 7 時間未満」のグループのうち、ストレスレベルが 90 以上の人数は、少なくとも 人である。

(b) 図1の結果をもとにして、集団Xについて、次の命題Pを設定した。

命題P：前日の睡眠時間が7時間以上であれば、ストレスレベルが
低・中水準（ストレスレベル0～60）である。

このとき、次の命題(i)～(iii)は、命題Pの逆、裏、対偶のいずれ
を述べたものか。また、それぞれの真、偽を調べよ。命題(i)～(iii)
について、それぞれの逆、裏、対偶と真、偽の正しい組み合わせを選択肢
①～⑥の中から選び、解答欄 ～ に①～⑥の番号で答えよ。

(i) ストレスレベルが低・中水準であれば、前日の睡眠時間が7時間以
上である。

(ii) ストレスレベルが低・中水準でなければ、前日の睡眠時間が7時間
未満である。

(iii) 前日の睡眠時間が7時間未満であれば、ストレスレベルが低・中水
準でない。

【選択肢】 ①逆・真 ②逆・偽 ③裏・真 ④裏・偽
 ⑤対偶・真 ⑥対偶・偽

Ⅲ 放物線 $C: y = x^2 - 2x + 2$ に、点 $P(t, 0)$ から異なる 2 本の接線を引き、その接点 A, B の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とする。次の問いに答えよ。

〔1〕 α と t の関係式を求めよ。

〔2〕 直線 AB の方程式を求めよ。ただし、答えは α, β を用いずに t を用いて表せ。

〔3〕 直線 AB が点 P の位置に関係なく通る定点の座標を求めよ。

〔4〕 放物線 C と直線 AB で囲まれる図形の面積を S_1 とする。 $S_1 = \frac{9}{2}$ となるとき、 t の値を求めよ。

〔5〕 放物線 C 、直線 PA, PB によって囲まれる図形の面積を S_2 とする。 S_2 の最小値を求めよ。

