

【解答】

	ア	イ	ウ
	$w^2 + (p-1)w - q = 0$	$-\frac{(1-p)^2}{4}$	$\frac{1-p}{2}$
〔1〕	エ	オ	カ
	$1-p$	$\sqrt{(1-p)^2 + 4q}$	q
〔2〕	キ	ク	ケ
	$-\frac{1}{\beta}$	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{\sqrt{(1-p)^2 + 4q}}{q}$

【解説】

問題文より、 $k \neq 0$ である。ここで、 $k \neq 1$ のとき、

$$f'(x) = kx^{k-1}$$

$$f''(x) = k(k-1)x^{k-2}$$

となる。ただし、 $k=1$ のとき、 $f'(x)=1$ 、 $f''(x)=0$ であるから、上記の表式は $k=1$ でも成り立つ。このことから、等式(*)は、

$$x^2 \cdot k(k-1)x^{k-2} + px \cdot kx^{k-1} = qx^k$$

$$\Leftrightarrow x^k \{k^2 + (p-1)k - q\} = 0$$

となる。等式(*)は $x > 0$ についての恒等式であるから、

$$k^2 + (p-1)k - q = 0 \quad \cdots \text{①}$$

となる。 k は①の解であり最高次の係数は1より、 k は w に関する2次方程式

$w^2 + (p-1)w - q = 0$ の解となる。等式(*)を満たす k が1つだけ存在する条件を求めるには、①の方程式が解をちょうど1つもつ条件を考えればよい。ここで、 $q \neq 0$ より①の方程式は0を解にもたない。したがって、求める条件は、 w の2次方程式が重解をもつ条件、すなわち判別式を D として、

$$D = 0$$

を満たす。したがって、

$$(p-1)^2 + 4q = 0$$

$$\Leftrightarrow q = -\frac{(p-1)^2}{4}$$

となり、①より

$$k^2 + (p-1)k + \frac{(1-p)^2}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(k - \frac{1-p}{2}\right)^2 = 0$$

と変形できるから、

$$k = \frac{1-p}{2}$$

となる。

〔1〕

等式(*)を満たす2つの解 α 、 β に対し、①において解と係数の関係から、

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 1-p \\ \alpha\beta = -q \end{cases}$$

が成り立つ。また、これらを用いて $(\alpha - \beta)^2$ を計算すると

$$\begin{aligned} (\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= (1-p)^2 + 4q \end{aligned}$$

となる。ここで、等式(*)をみたす k が2つ存在することより、

$$D > 0 \Leftrightarrow (1-p)^2 + 4q > 0$$

となる。よって、 $\alpha > \beta$ と $(1-p)^2 + 4q > 0$ から

$$\alpha - \beta = \sqrt{(1-p)^2 + 4q}$$

が成り立つ。また、 α と β の符号が互いに異なるための必要十分条件は、

$$\alpha\beta < 0$$

$$\Leftrightarrow -q < 0$$

$$\Leftrightarrow q > 0$$

である。

〔2〕

問題文より $0 < s < x < c$ において、 $g(x) = c^\beta x^\alpha$ であるから、

$$\begin{aligned} I(s) &= \int_s^c c^\beta x^\alpha \cdot x^{-1-\alpha-\beta} dx \\ &= c^\beta \int_s^c x^{-1-\beta} dx \\ &= c^\beta \left[-\frac{1}{\beta} x^{-\beta} \right]_s^c \\ &= \frac{1}{\beta} \left\{ \left(\frac{c}{s} \right)^\beta - 1 \right\} \end{aligned}$$

となる。ここで〔1〕より $\beta < 0$ であり、

$$s < c$$

$$\Leftrightarrow 1 < \frac{c}{s}$$

から、

$$\lim_{s \rightarrow +0} \left(\frac{c}{s} \right)^\beta = 0$$

となる。よって、

$$\lim_{s \rightarrow +0} I(s) = -\frac{1}{\beta}$$

である。また $J(t)$ についても同様に

$$\begin{aligned} J(t) &= \int_c^t c^\alpha x^\beta \cdot x^{-1-\alpha-\beta} dx \\ &= c^\alpha \int_c^t x^{-1-\alpha} dx \\ &= c^\alpha \left[-\frac{1}{\alpha} x^{-\alpha} \right]_c^t \\ &= \frac{1}{\alpha} \left\{ 1 - \left(\frac{c}{t} \right)^\alpha \right\} \end{aligned}$$

となる。 $\alpha > 0$ かつ $\frac{c}{t} < 1$ から

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{c}{t} \right)^\alpha = 0$$

となる。よって、

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} J(t) = \frac{1}{\alpha}$$

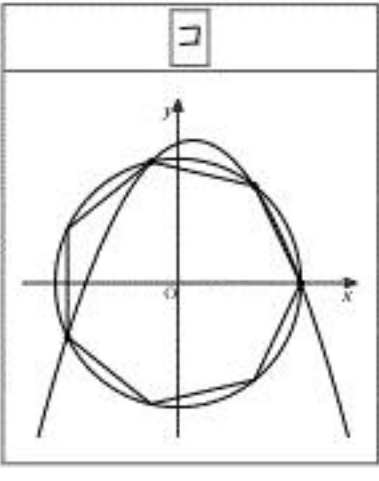
である。以上から、

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow +0} I(s) + \lim_{t \rightarrow +\infty} J(t) &= \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \\ &= -\frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{\sqrt{(1-p)^2 + 4q}}{q} \end{aligned}$$

となる。

【解答】

〔1〕	ア	イ	ウ	エ
	$-\frac{5}{4}$	1	2	1
〔2〕	オ			
	4			
〔3〕	カ	キ	ク	ケ
	$-(\cos\theta+1)$	$-\cos\theta$	$4\cos\theta(\cos\theta+1)$	$4\sin^3\theta-3\sin\theta$



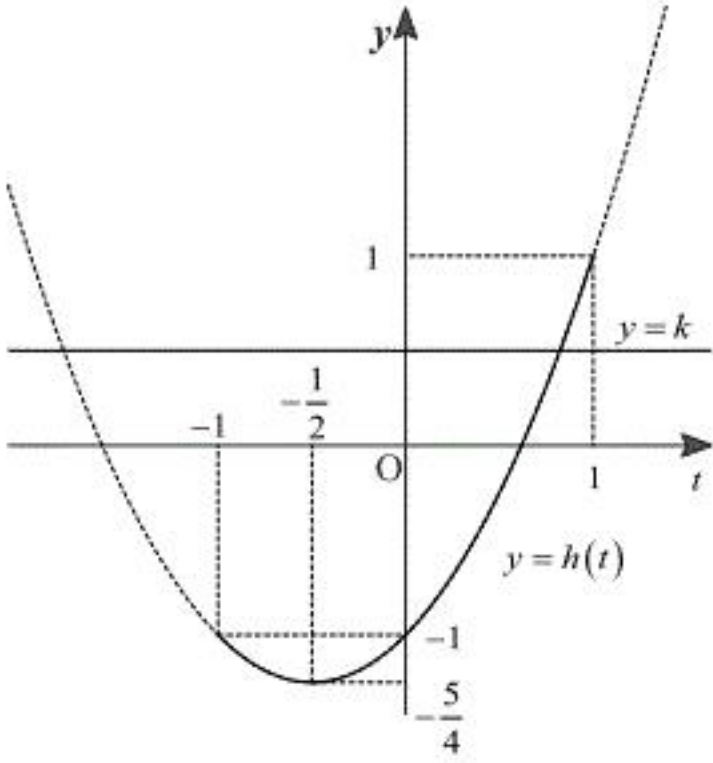
【解説】

〔1〕

円 C 上の点は $0 \leq \theta < 2\pi$ を用いて、 $(\cos\theta, \sin\theta)$ と表され、 θ の値に対して、共有点が1つに定まる。よって、 $f(x) = x^2 + k$ と C が共有点をもつための必要十分条件は、 θ に関する方程式

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \cos^2\theta + k \\ \Leftrightarrow \sin^2\theta + \sin\theta - 1 &= k \\ \Leftrightarrow \left(\sin\theta + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} &= k \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

が解をもつことである。 $t = \sin\theta$ とすると、 $-1 \leq t \leq 1$ である。また、 $h(t) = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ とする。 $\textcircled{1}$ の方程式が解をもつことは ty 平面上におけるグラフ $y = k$ と $y = h(t)$ が共有点をもつことに等しく、 $y = h(t)$ のグラフは下図の通りである。



よって、 $h(t)$ は $t = -\frac{1}{2}$ のとき、最小値 $-\frac{5}{4}$ をとり、 $t = 1$ のとき、最大値1をとる。したがって、 k の値の範囲は $-\frac{5}{4} \leq k \leq 1$ である。ここで、 $0 \leq \theta < 2\pi$ より $t = \pm 1$ のとき対応する θ は1つであり、 $-1 < t < 1$ のとき対応する θ は2つである。 $k = -\frac{5}{4}$ のとき、 $t = -\frac{1}{2}$ より共有点の個数は2つであり、 $k = 1$ のとき、 $t = 1$ より共有点の個数は1つである。

〔2〕

$f(x)$ は x の2次式であるから、 $y = f(x)$ と C の式を連立させて y を消去すると、 x の4次方程式が得られる。4次方程式の実数解は高々4つであるから、共有点の個数は4個以下である。ここで、例えば $f(x) = 2x^2 - 2$ の場合、

$$\begin{aligned} x^2 + (2x^2 - 2)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x^2 - \frac{3}{4}\right)(x^2 - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \pm 1 \end{aligned}$$

より、 $y = f(x)$ と C の共有点は $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right), (1, 0), (-1, 0)$ の4個ある。したがって、実際に4個の共有点をもつ放物線 $y = f(x)$ が存在するため、共有点の個数は最大4個とわかる。

〔3〕

問題文より、 $f(x) = (x-1)g(x)$ であり、 $y = f(x)$ は点 $(\cos\theta, \sin\theta)$ を通るので、代入して

$$\sin\theta = (\cos\theta - 1)g(\cos\theta)$$

となり、 $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ から $\cos\theta \neq 1$ であるから

$$\begin{aligned} g(\cos\theta) &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta - 1} \\ &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta - 1} \cdot \frac{\cos\theta + 1}{\cos\theta + 1} \\ &= -\frac{\sin\theta(\cos\theta + 1)}{1 - \cos^2\theta} \\ &= \frac{-(\cos\theta + 1)}{\sin\theta} \end{aligned}$$

と変形できる。同様に、 $y = f(x)$ は点 $(\cos 2\theta, \sin 2\theta)$ を通るから、代入して

$$\sin 2\theta = (\cos 2\theta - 1)g(\cos 2\theta)$$

となり、 $0 < 2\theta < \frac{2\pi}{3}$ から $\cos 2\theta \neq 1$ であるから

$$\begin{aligned} g(\cos 2\theta) &= \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta - 1} \\ &= \frac{2\sin\theta\cos\theta}{(1 - 2\sin^2\theta) - 1} \\ &= \frac{-\cos\theta}{\sin\theta} \end{aligned}$$

と変形できる。また、 $\cos\theta \neq \cos 2\theta$ より

$$\begin{aligned} \frac{\cos 3\theta - \cos\theta}{\cos 2\theta - \cos\theta} &= \frac{4\cos^3\theta - 4\cos\theta}{2\cos^2\theta - \cos\theta - 1} \\ &= \frac{4\cos\theta(\cos\theta + 1)(\cos\theta - 1)}{(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 1)} \\ &= \frac{4\cos\theta(\cos\theta + 1)}{2\cos\theta + 1} \quad (\because \cos\theta \neq 1) \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $y = g(x)$ は点 $(\cos\theta, g(\cos\theta))$ を通る直線であることから、この傾きを a とおくと、

$$g(x) = a(x - \cos\theta) + g(\cos\theta)$$

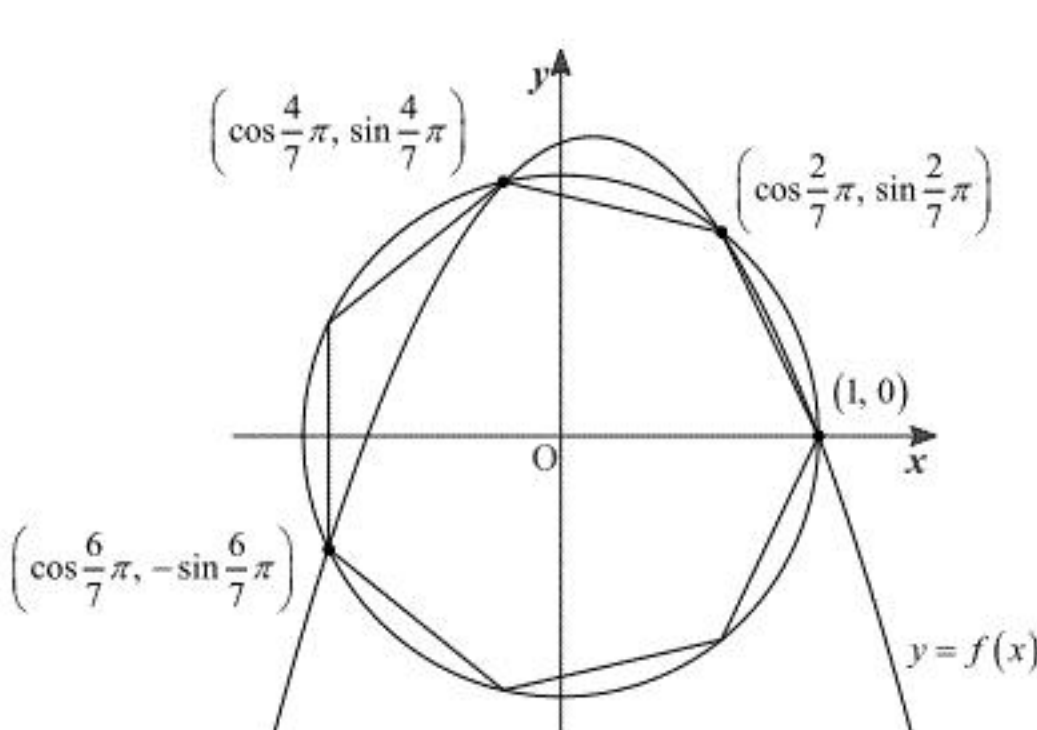
と表すことができる。さらにこの直線は点 $(\cos 2\theta, g(\cos 2\theta))$ をも通ることから、直線の傾き a は

$$\begin{aligned} a &= \frac{g(\cos 2\theta) - g(\cos\theta)}{\cos 2\theta - \cos\theta} \\ &= \frac{-\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta + 1}{\sin\theta}}{\cos 2\theta - \cos\theta} \\ &= \frac{1}{\sin\theta(\cos 2\theta - \cos\theta)} \end{aligned}$$

と求まるため、 $f(\cos 3\theta)$ は $f(x) = (x-1)g(x)$ より、

$$\begin{aligned} f(\cos 3\theta) &= (\cos 3\theta - 1)g(\cos 3\theta) \\ &= (\cos 3\theta - 1) \left\{ \frac{1}{\sin\theta(\cos 2\theta - \cos\theta)} (\cos 3\theta - \cos\theta) - \frac{\cos\theta + 1}{\sin\theta} \right\} \\ &= (4\cos^3\theta - 3\cos\theta - 1) \left\{ \frac{4\cos\theta(\cos\theta + 1)}{\sin\theta(2\cos\theta + 1)} - \frac{\cos\theta + 1}{\sin\theta} \right\} \quad (\because \textcircled{2}) \\ &= (\cos\theta - 1)(2\cos\theta + 1)^2 \frac{(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 1)}{\sin\theta(2\cos\theta + 1)} \\ &= -\frac{1 - \cos^2\theta}{\sin\theta} (3 - 4\sin^2\theta) \\ &= 4\sin^3\theta - 3\sin\theta \\ &= -\sin 3\theta \end{aligned}$$

と表せる。したがって、放物線 $y = f(x)$ は点 $(\cos 3\theta, -\sin 3\theta)$ を通ることがわかる。よって、 $\theta = \frac{2\pi}{7}$ のとき、 $y = f(x)$ は4点 $(1, 0), \left(\cos \frac{2}{7}\pi, \sin \frac{2}{7}\pi\right), \left(\cos \frac{4}{7}\pi, \sin \frac{4}{7}\pi\right), \left(\cos \frac{6}{7}\pi, -\sin \frac{6}{7}\pi\right)$ を通過する放物線である。〔2〕の結果から、 $y = f(x)$ と C の共有点は上記の4点以外もちえないため、 $y = f(x)$ のグラフの概形は下図のようになる。



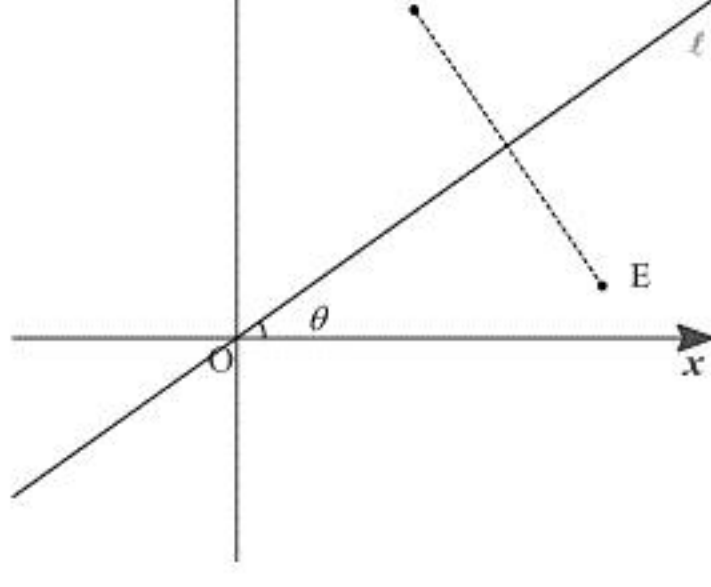
【解答】

〔1〕	ア	イ	ウ	エ
	$\bar{z}$	$-z$	$-\bar{z}$	2θ
〔2〕	オ	カ	キ	ク
	$-k$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{4r^2-2k^2}$	$-2k+ki$
	ケ	コ	サ	シ
	1	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{r^2(\pi-3)}{6}$	$\frac{r^2(13\pi+6)}{3}$

【解説】

〔1〕

点Aの複素数 z を実数 a, b を用いて、 $z=a+bi$ とする。このとき、共役複素数 $\bar{z}$ は $\bar{z}=a-bi$ と表せることを用いると、点Aを実軸に関して対称移動した点Bは $a-bi$ となり、 $\bar{z}$ である。また、点Aを原点Oに関して対称移動した点Cは $-a-bi$ となり、 $-z$ である。さらに点Aを虚軸に関して対称移動した点Dは $-a+bi$ となり、 $-\bar{z}$ である。また、原点Oと $\cos\theta+i\sin\theta$ の表す点を通る直線 ℓ は下図のようになるため、点Aを直線 ℓ に関して対称移動した点Eは複素数平面上で下図の位置にある。



まず、 z をOを中心に $-\theta$ だけ回転させたときの複素数は

$$z\{\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\}$$

と表すことができる。これを実軸に関して対称移動させると、

$$\overline{z\{\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\}}$$

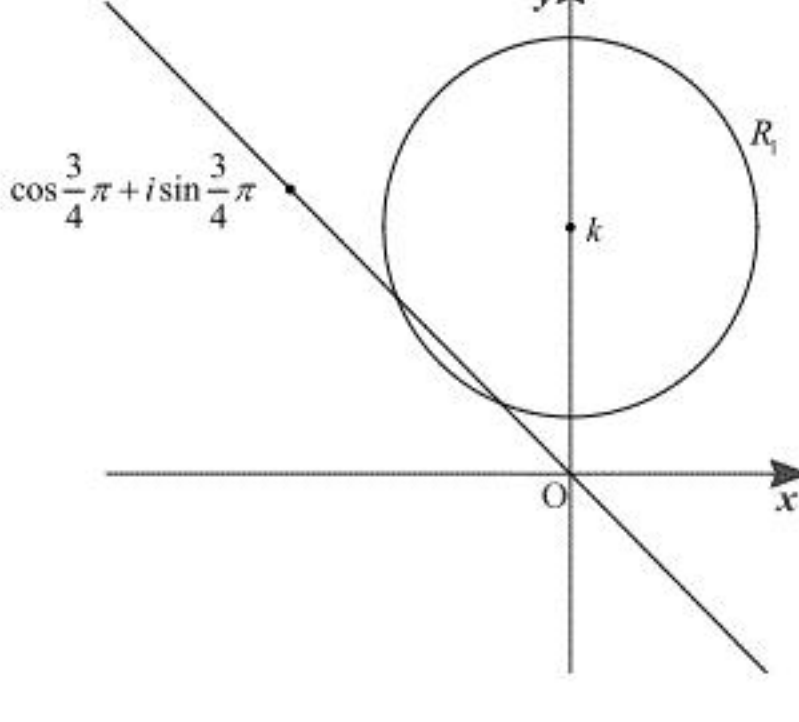
となる。そして、Oを中心に θ だけ回転させると、

$$\begin{aligned}\overline{z\{\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\}}\cdot(\cos\theta+i\sin\theta) &= \bar{z}\cdot\overline{(\cos\theta-i\sin\theta)}(\cos\theta+i\sin\theta) \\ &= \bar{z}(\cos\theta+i\sin\theta)^2 \\ &= \bar{z}(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)\end{aligned}$$

となる。特に $\theta=\frac{\pi}{2}$ のとき、これは $-\bar{z}$ と一致する。

〔2〕

等式 $|z-ki|=r$ を満たす点 z の描く図形 R_1 と、原点Oと $\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi$ の表す点を通る直線を複素数平面上に図示すると下図のようになる。



このとき、 R_1 を直線に関して対称移動させた図形 R_2 について考える。2つの円 R_1, R_2 の中心に着目すると、これらは上記の直線に関して対称であるとわかる。 R_1 の中心は ki であるから、〔1〕の解を用いて、 R_2 の中心は

$$\begin{aligned}\overline{ki}\left(\cos 2\cdot\frac{3}{4}\pi+i\sin 2\cdot\frac{3}{4}\pi\right) &= (-ki)\cdot(-i) \\ &= -k\end{aligned}$$

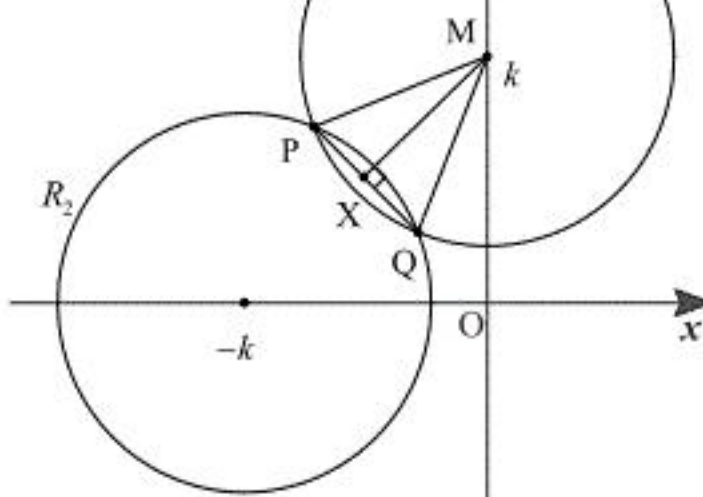
と表せる。問題文より R_2 上の点は、

$$|z-\alpha|=r$$

と表せることから、 $\alpha=-k$ となる。ここで、 R_1, R_2 が異なる2つの共通点P, Qをもつ条件は R_1, R_2 の中心間の距離が各円の半径の和より小さくなることである。 R_1, R_2 の中心間の距離は $\sqrt{2}k$ であるから、 k, r は

$$\begin{aligned}\sqrt{2}k &< 2r \\ \therefore \frac{k}{r} &< \sqrt{2} \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

を満たす。これを複素数平面上に図示したものが下図である。



R_1 の中心点を点M、点P, Qの中点を点Xとする。上図より、 $MX=\frac{\sqrt{2}k}{2}=\frac{k}{\sqrt{2}}$ かつ

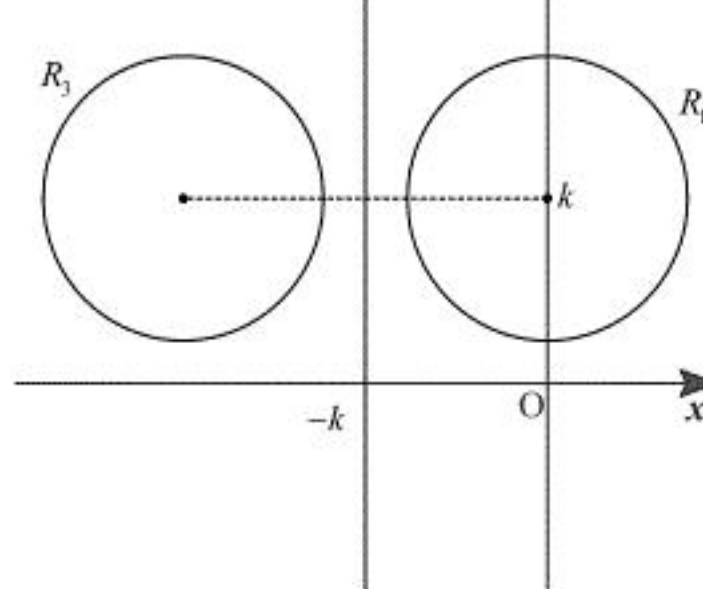
$\angle MXP=\frac{\pi}{2}$ より、三平方の定理から線分PXの長さは

$$\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{r^2-\frac{k^2}{2}}$$

となる。したがって、線分PQは、

$$\begin{aligned}PQ &= 2PX \\ &= 2\sqrt{r^2-\frac{k^2}{2}} \\ &= \sqrt{4r^2-2k^2}\end{aligned}$$

となる。また複素数 $-k$ を通り虚軸に平行な直線に関して、 R_1 を対称移動させたものを R_3 とおくと、これは複素数平面上において下図のようになる。



上図より、 R_3 の中心は $-2k+ki$ と表せる。問題文より R_2 上の点は、

$$|z-\beta|=r$$

と表せることから、 $\beta=-2k+ki$ となる。 R_1, R_3 が共有点をもたない条件は R_1, R_3 の中心間の距離が各円の半径の和より大きくなることである。 R_1, R_3 の中心間の距離は $2k$ であるから、 k, r は

$$\begin{aligned}2k &> 2r \\ \therefore \frac{k}{r} &> 1 \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

を満たす。以下、 $\frac{k}{r}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ が成り立つとする。このとき線分PQは、

$$\begin{aligned}PQ &= \sqrt{4r^2-2\left(\frac{k}{r}\right)^2r^2} \\ &= \sqrt{4r^2-2\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)^2r^2} \\ &= \sqrt{2-\sqrt{3}}r \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

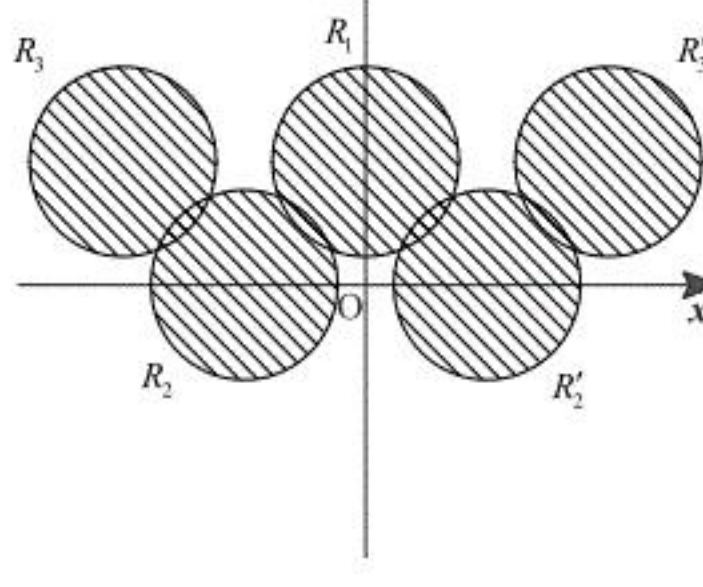
であるから、 $\triangle PMQ$ について余弦定理を用いると

$$\begin{aligned}PQ^2 &= MP^2+MQ^2-2MP\cdot MQ\cos\angle PMQ \\ \Leftrightarrow (2-\sqrt{3})r^2 &= r^2+r^2-2r^2\cos\angle PMQ \\ \therefore \cos\angle PMQ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

が成り立つ。ここで、 $0\leq\angle PMQ\leq\pi$ より、 $\angle PMQ=\frac{\pi}{6}$ である。したがって R_1, R_2 の共通部分の面積 S とすると、これは扇形MPQの面積から $\triangle MPQ$ の面積を引いたものの2倍の面積となる。したがって、

$$\begin{aligned}S &= 2\left(\frac{1}{2}\cdot r\cdot r\cdot\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}\cdot r\cdot r\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right) \\ &= \frac{r^2(\pi-3)}{6}\end{aligned}$$

と計算できる。さらに、 R_1, R_3 を虚軸に関して対称に移動させた R'_2, R'_3 を含め、すべての円を複素数平面上に図示すると下図となる。



このとき、 R_1 と R_3 は R_2 の中心を通り、虚軸に平行な直線に対称であるから、 R_2, R_3 の共通部分の面積は R_1, R_2 の共通部分の面積に等しい。また、 R_1 の中心は虚軸上にあるので、 R_1, R'_2 及び R'_3, R'_2 の共通部分の面積も R_1, R_2 の共通部分の面積に等しい。よって、求める面積を T とすると、半径 r の5つの円の面積の和から4つの共通部分の面積を引けばいいので、

$$\begin{aligned}T &= 5\pi r^2-4S \\ &= 5\pi r^2-4\cdot\frac{r^2(\pi-3)}{6} \\ &= \frac{r^2(13\pi+6)}{3}\end{aligned}$$

と求まる。

【解答】

〔1〕		ア	イ	ウ	エ
		120	20	108	72
〔2〕	(a)	オ	カ	キ	
		$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	$\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^n$	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	
	(b)	ク	ケ		
		$\frac{3n-1}{2n}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n-1}$	$\frac{3}{2\sqrt{e}}$		

【解説】

〔1〕 (a)

$n=3$ のとき、1 から 6 の球が袋の中に入っているので、この中から 3 つ取りだしてそれらがすべて異なる取り出し方は ${}_6P_3=120$ (通り) である。また、6 つの球から 3 つを選ぶと自動的に $X_1 < X_2 < X_3$ となる組み合わせが決定できるから、この取り出し方は ${}_6C_3=20$ (通り) である。

(b)

X_1 を百の位の数、 X_2 を十の位の数、 X_3 を一の位の数にもつ 3 桁の整数について、その数が 2 の倍数となるのは X_3 が偶数となるときであり、 X_1 と X_2 はいずれの数字でも条件を満たすことから、このような球の取り出し方は $3 \cdot 6^2=108$ (通り) である。また、この数が 3 の倍数となるのは各位の和が 3 の倍数となることが条件である。さらに、先に X_1, X_2 を決定し、 $X_1+X_2+X_3$ が 3 の倍数となるような X_3 は 1, 2, ..., 6 のうち必ず 2 つ存在するため、この場合の数は $6^2 \cdot 2=72$ (通り) である。

〔2〕 (a)

$Y_n \leq n$ かつ $Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_n$ より、 $X_1, X_2, \dots, X_n$ はすべて n 以下である。全事象の組み合わせは $(2n)^n$ であるから、この確率は

$$\frac{n^n}{(2n)^n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

となる。また、 $Y_n \leq 2n-1$ となるとき、同様に $X_1, X_2, \dots, X_n$ はすべて $2n-1$ 以下であるから、

この確率は $\frac{(2n-1)^n}{(2n)^n} = \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^n$ であり、 $n \rightarrow \infty$ としたとき、極限は

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^{2n} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{e}} \end{aligned}$$

と計算できる。($\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{m}\right)^m = \frac{1}{e}$ を用いた)

(b)

Y_n が $2n$ かどうかで場合分けする。

〔1〕 $Y_n = 2n$ のとき

これは $X_1, X_2, \dots, X_n$ のうちいずれかひとつが $2n$ 、それ以外が $2n-1$ 以下の整数であるから、求める確率は、

$$\frac{n(2n-1)^{n-1}}{(2n)^n}$$

となる。

〔2〕 $Y_n \neq 2n$ のとき

Y_n は $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1}$ と同様に $2n-1$ 以下の整数であるから、求める確率は、

$$\frac{(2n-1)^n}{(2n)^n}$$

となる。

以上、〔1〕, 〔2〕より、これらは互いに排反であることから、求める確率は

$$\frac{n(2n-1)^{n-1}}{(2n)^n} + \frac{(2n-1)^n}{(2n)^n} = \frac{3n-1}{2n} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n-1}$$

である。よってこの極限は、

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{2n} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n-1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{2n-1} \cdot \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^n \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{n}} \cdot \left\{ \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^{2n} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{3}{2\sqrt{e}} \end{aligned}$$

と計算できる。