

(第3時限：80分)

2022 年度 ①

# 選 択 科 目 (全53ページ)

## 問 題

|       | ページ   |
|-------|-------|
| 政治・経済 | 1～12  |
| 日 本 史 | 13～24 |
| 世 界 史 | 25～36 |
| 地 理   | 37～48 |
| 数 学   | 49～53 |

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

## 数 学

次のⅠ、Ⅱ、Ⅲの設問について解答せよ。ただし、Ⅰ、Ⅱについては問題文中の  にあてはまる適当なものを、解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお、解答が分数になる場合は、すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕  $0 < a < 1$ ,  $0 < x < 1$  とし、次の不等式を満たす  $x$  について考える。

$$3\log_x a + \log_a ax < 5$$

底を  $a$  とする対数で整理すれば、

$$\boxed{\text{ア}} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}} - 4 < 0$$

である。ここで、 $\log_a x = t$  とおいて、この不等式を  $t$  を用いて表すと、

$$\frac{\left(\boxed{\text{ウ}}\right)^2 - \boxed{\text{エ}} + 3}{\boxed{\text{ウ}}} < 0$$

と変形できる。ただし、 $\boxed{\text{ウ}}$  と  $\boxed{\text{エ}}$  は単項式とする。

$t > 0$  より、この不等式を解くと、

$$\boxed{\text{オ}} < t < \boxed{\text{カ}}$$

である。よって、 $x$  の範囲は、

$$\boxed{\text{キ}} < x < \boxed{\text{ク}}$$

となる。

- 〔2〕  $k$  は定数とする。放物線  $y = x^2 - 1$  と直線  $y = kx - 3$  が異なる 2 点で交わるとき、 $k$  のとり得る範囲は、 $k > \boxed{\text{ケ}}$  ,  $\boxed{\text{コ}} > k$  である。また、この放物線と直線が接するとき、接点の座標は、 $(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}})$  ,  $(\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}})$  である。ただし、 $\boxed{\text{サ}} > \boxed{\text{ス}}$  とする。

次に、 $y = x^2 - 1$  上にない点  $(a, b)$  から  $y = x^2 - 1$  に接線を引くとする。このとき、接線を 2 本引くことができるための必要十分条件は  $a$  と  $b$  を用いて表すと、 $\boxed{\text{ソ}} > 1$  であり、この 2 本の接線が垂直に交わる時、 $b = \boxed{\text{タ}}$  である。

- 〔3〕 変量  $x$  と変量  $y$  からなるデータの組が下の表のように与えられている。ただし、 $a$  は正の定数とし、変量  $x$  は自然数で、 $p < q$  とする。

表

|     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $x$ | 29  | $p$  | 28   | 27   | 32   | 28   | $q$  | 33   | 40   |
| $y$ | $a$ | $2a$ | $3a$ | $4a$ | $5a$ | $6a$ | $7a$ | $8a$ | $9a$ |

- (a) 変量  $x$  の平均値が 32、第 1 四分位数が 28、第 3 四分位数が 36 のとき

$p = \boxed{\text{チ}}$  ,  $q = \boxed{\text{ツ}}$  である。

このとき、変量  $x$  の分散は  $\boxed{\text{テ}}$  であり、変量  $x$  から  $z = 3x - 5$  によって新たな変量  $z$  をつくと、 $z$  の標準偏差は  $\boxed{\text{ト}}$  である。

- (b) 変量  $y$  の平均値と分散を  $a$  を用いて表すと、それぞれ  $\boxed{\text{ナ}}$  ,  $\boxed{\text{ニ}}$  となる。

- (c) (a)、(b) より、変量  $x$  と変量  $y$  の相関係数の値は  $\boxed{\text{ヌ}}$  である。

Ⅱ ある海域における魚の生息量を一定の期間ごとに調査したとき、漁業をしない場合は生息量が每期 1.6 倍になることが知られている。なお、量の単位はトンとする。

〔1〕 初期を第 1 期とし、第  $n$  期の初めの生息量を  $F_n$  で表すことにする（ただし、 $n$  は正の整数を表す）。この魚の増加する様子について  $F_n$  と  $F_{n+1}$  の関係は次式のようにになる。

$$F_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{5} F_n$$

この関係式より、第 1 期の生息量を  $F_1 = 80$  としたとき、第  $n$  期の生息量  $F_n$  は数列  $\{F_n\}$  で表される。よって、この数列の一般項は次の式のようにになる。

$$F_n = 80 \left( \frac{\boxed{\text{ア}}}{5} \right)^{\boxed{\text{イ}}} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

〔2〕 次に、漁業をするときの第  $n$  期の初めの生息量を  $G_n$ 、この魚の第  $n$  期の漁獲量  $C_n$  とすると、 $G_n$  と  $C_n$  の関係は、

$$G_1 = F_1 = 80, \quad C_n = \frac{1}{2} G_n + 10$$

となる。

この漁業は第  $n$  期初めに行われ、そのときの魚の生息量は  $(G_n - C_n)$  となる。次の第  $n + 1$  期初めに生息量は 1.6 倍に増加する。この場合、 $G_n$  と  $G_{n+1}$  の関係を  $C_n$  を用いないで表すと、次式のようにになる。

$$G_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{5} G_n - \boxed{\text{エ}}$$

したがって、第  $n$  期初めの魚の生息量  $G_n$  を  $n$  の式として表すと、

$$G_n = 160 \left( \frac{\boxed{\text{オ}}}{5} \right)^{\boxed{\text{カ}}} - \boxed{\text{キ}} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

となる。

このまま漁業を続けて、第 $x$ 期の初めの生息量 $G_x$ の値が0以下と予測される場合を絶滅と考える（ $x$ は正の整数）。②式から、 $G_x \leq 0$ を整理し、両辺を2を底とする対数を取り、 $x$ について整理すると次式を得る。

$$x \geq 1 + \frac{1}{\log_2 5 - \boxed{\text{ク}}}$$

ここで  $\log_2 5 = 2.32$  として計算すると、この不等式を満たす最小の $x$ は  $\boxed{\text{ケ}}$  となり、第  $\boxed{\text{ケ}}$  期の絶滅が予測される。

〔3〕 この魚の絶滅防止対策として第  $\left( \boxed{\text{ケ}} - 1 \right)$  期より生息量が第1期の80以上に回復するまでの $y$ 期間を完全禁漁とし（ $n \geq \boxed{\text{ケ}} - 1$  について  $C_n = 0$ ）、最小の $y$ を求める（ $y$ は正の整数）。そのためにまず②式から  $G_{\boxed{\text{ケ}}-1}$  を計算した値を  $G_{\boxed{\text{ケ}}-1} = \boxed{\text{コ}}$  とする。ただし、 $\boxed{\text{コ}}$  は小数第1位を四捨五入した値とする。

次に、完全禁漁を実施し始めた第  $\left( \boxed{\text{ケ}} - 1 \right)$  期を新たに第1期目とする。このとき、第 $m$ 期目の生息量を $H_m$ （ただし、 $m$ は正の整数）で表すと、①式の考え方を応用することができ、数列  $\{H_m\}$  が得られ、初期値を  $H_1 = G_{\boxed{\text{ケ}}-1} = \boxed{\text{コ}}$  とし、その一般項は、

$$H_m = \boxed{\text{コ}} \left( \frac{\boxed{\text{ア}}}{5} \right)^{\boxed{\text{サ}}} \cdots \cdots \text{③}$$

となる。

$y$  期間完全禁漁であるので、③式に  $m = y + 1$  を代入し、 $H_{y+1} \geq 80$  を満たす $y$ を求める。この不等式の両辺を、2を底とする対数を取り、 $y$ について整理すると、

$$y \geq \frac{\boxed{\text{シ}} + \log_2 5}{\boxed{\text{ス}} - \log_2 5} \cdots \cdots \text{④}$$

が得られる。

$\log_2 5 = 2.32$  として計算すると、不等式④を満たす最小の $y$ は  $\boxed{\text{セ}}$  となる。このことから、魚の生息量が80以上に最も早く回復するのは第  $\boxed{\text{ソ}}$  期となることがわかる。

Ⅲ 7個の数字0, 1, 2, 2, 2, 3, 5がある。次の問いに答えよ。

〔1〕 7個の数字を全部使って、7桁の整数をつくるとき、整数は何個できるか。

〔2〕 7個の数字から5個選び、それら全部を使って5桁の整数をつくるとき、次の整数は何個できるか。

(a) 各位の数字がすべて異なる整数

(b) 一の位が5である整数

(c) 3の倍数である整数

〔3〕 7個の数字から2個を選び、2桁の整数 $N_1$ をつくり、残りの5個から5桁の整数 $N_2$ をつくる。 $N_2 = N_1 \times N_3$ を満たす整数 $N_3$ を大きい順に並べたとき、第1番目、第3番目の $N_1$ と $N_2$ をそれぞれ求め、 $(N_1, N_2)$ の形で答えよ。



