

(第3時限：80分)

2022年度 ②

選 択 科 目 (全59ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～12
日 本 史	13～24
世 界 史	25～38
地 理	39～54
数 学	55～59

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 50 以下の自然数を全体集合とし，その部分集合で以下の 8 つの集合を考える。

$$A = \{p \mid p \text{ は素数}\}$$

$$B_k = \{q \mid q = 7m + k, m \text{ は整数}\}$$

ただし， k は 0 以上 6 以下の整数とする。

なお，集合 C に対して，その要素の個数を $n(C)$ で表すものとする。

(a) $n(A) =$ ア である。

(b) $n(B_k)$ が最大となる k は イ であり， $n(A \cup B_{\text{イ}}) =$ ウ となる。

(c) $x \in B_3$ ， $y \in B_5$ のとき，これらの積 $x \times y$ は 7 で割って エ 余る数となる。また， $a \in A$ ， $x \in B_3$ で，これらの積 $a \times x$ が 7 で割って 3 余るときの a の値は オ と カ である。

〔2〕 a, b を実数とする。3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx - 6 = 0$ ……① について、

(a) 3 次方程式①が、 $1 + i$ を解にもつとき、 $a = \boxed{\text{キ}}$, $b = \boxed{\text{ク}}$ である。

(b) 3 次方程式①が、 -1 と 2 を解にもつとき、 $a = \boxed{\text{ケ}}$, $b = \boxed{\text{コ}}$ であり、残りの解は $x = \boxed{\text{サ}}$ である。

(c) 3 次方程式①が、 $x = \boxed{\text{サ}}$ を解にもつとき、 a を用いて b を表し、①を整理すると、

$$\left(x + \boxed{\text{シ}}\right) \left\{x^2 + \left(\boxed{\text{ス}}\right)x - \boxed{\text{セ}}\right\} = 0 \text{ となる。ただし、}$$

$\boxed{\text{シ}}$ は整数とする。

$x = \boxed{\text{サ}}$ 以外の 2 つの解を 2 乗して加えると 4 になるとき、
 $a = \boxed{\text{ソ}}$, $b = \boxed{\text{タ}}$ である。

〔3〕 1 辺の長さが 4 である正三角形 ABC について、辺 BC を 1 : 3 に内分する点を P、3 : 1 に内分する点を Q とすると、線分 AP と線分 AQ の長さはともに $\boxed{\text{チ}}$ で、ベクトル $\overrightarrow{AP}$ とベクトル $\overrightarrow{AQ}$ の内積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ の値は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

したがって、 $\sin \angle PAQ = \boxed{\text{テ}}$ となり、 $\triangle APQ$ の外接円の半径は $\boxed{\text{ト}}$ である。

その外接円の中心を O とすれば、 $\overrightarrow{AO} = \boxed{\text{ナ}} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ となる。

Ⅱ ある飲食店について、1日当たりの費用、売り上げ、価格、そしてこれらの変数で定まる利益を考える。ここでは、利益を除く変数はすべて正の値をとるとする。

費用は、固定費用と可変費用の和からなる。固定費用は、来店客数と関係のない設備・家賃・従業員の人件費などの費用である。可変費用は、1日当たりの来店客数に比例する食材などの費用である。

固定費用は20000、可変費用は来店客単位当たり500、1日当たりの来店客数を x ($x > 0$) とすると、費用 y は、

$$y = 20000 + 500x \cdots \cdots \textcircled{1}$$

となる。

〔1〕 提供される料理は1種類で、その価格を z とすると、来店客数 x の式は、

$$x = 150 - \frac{1}{10}z \cdots \cdots \textcircled{2}$$

と表される。費用 y の式①に、この来店客数 x の式②を代入すると、

$$y = \boxed{\text{ア}}$$

となる。売り上げ R は、(価格) $\times$ (来店客数)とすると、 z を用いて、

$$R = \boxed{\text{イ}}$$

と表される。利益 G は、(売り上げ) $-($ 費用 $)$ とすると、 z を用いて、

$$G = \boxed{\text{ウ}} z^2 + \boxed{\text{エ}} z - \boxed{\text{オ}}$$

と表される。この式より、 G が最大となるときの価格は $\boxed{\text{カ}}$ であり、このときの利益は $\boxed{\text{キ}}$ である。また、来店客数は $\boxed{\text{ク}}$ である。

〔2〕 次に来店客数が、 α ($\alpha \geq 0$) だけ減少するときを考える。 α を価格に左右されない数とし、価格 z と来店客数 x の式は、

$$x = 150 - \alpha - \frac{1}{10}z$$

と表される。このときの利益 G_1 を〔1〕と同様に考えると、 G_1 は z と α を用いて

$$G_1 = \boxed{\text{ケ}} z^2 + \left(\boxed{\text{コ}} \right) z + \left(\boxed{\text{サ}} \right) \dots\dots ③$$

となる。 G_1 が最大となるときの価格 z_1 は、 α を用いて、

$$z_1 = \boxed{\text{シ}} \dots\dots ④$$

となる。 $\boxed{\text{シ}}$ より、 α が 0 から 10 に変化するとき、 G_1 が最大となるときの価格は $\boxed{\text{ス}}$ 下がる。

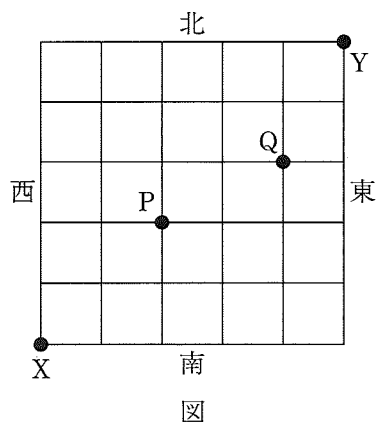
④のとき、最大の利益 H は、

$$H = \boxed{\text{セ}} \alpha^2 - \boxed{\text{ソ}} \alpha + \boxed{\text{タ}}$$

となる。この式を用いると、 α が 0 から 10 に変化するとき、最大の利益は $\boxed{\text{チ}}$ 減少する。

Ⅲ 図のような東西 6 本，南北 6 本の道がある。

A さんは X 地点を出発し最短経路を進み Y 地点に到着する。また，P 地点と Q 地点にはそれぞれ書店 P と書店 Q があり，その地点を通る場合は必ずその書店に立ち寄り，書店 P では確率 $\frac{1}{2}$ で，書店 Q では確率 $\frac{2}{3}$ で本を買うものとする。なお，X 地点から Y 地点への最短経路の選び方はすべて同様に確



からしいとする。なお，A さんは X 地点を出発するとき，本を持っておらず，途中で買った本は Y 地点まで持っていくと考える。次の問いに答えよ。

- 〔1〕 A さんが P 地点を通り Y 地点に到着する最短経路は何通りあるか。
- 〔2〕 A さんが Q 地点を通り書店 Q で本を買ひ，Y 地点に到着する確率を求めよ。
- 〔3〕 Y 地点に到着した A さんが書店 P，書店 Q の少なくともどちらかの書店に立ち寄っていた確率を求めよ。
- 〔4〕 (a) Y 地点に到着した A さんが本を持っている確率を求めよ。
 (b) Y 地点に到着した A さんが本を持っていなかったとき，書店 P に立ち寄っていた確率を求めよ。

