

(第 3 時限：80分)

2024 年度 ③

選 択 科 目 (全45ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～10
日 本 史	11～18
世 界 史	19～30
地 理	31～40
数 学	41～45

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から 1 科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 原点を O とする座標平面上に， $A(2, 5)$ ， $B(7, 9)$ ， $C(11, 2)$ ， $D(3, 14)$ の4点がある。

(1) $\overrightarrow{AB}$ の大きさは ア である。

(2) 直線 AB 上に， $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ となる点 E をとる。このとき，点 E の座標は $(\text{ イ }, \text{ ウ })$ である。

(3) 線分 BC を対角線にもつ平行四辺形 $ABFC$ を考える。このとき，点 F の座標は $(\text{ エ }, \text{ オ })$ である。

(4) 直線 AB と直線 CD の交点を G とし，実数 s, t を用いて

$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OC} + t\overrightarrow{CD}$ と考えると， t は カ となり，

点 G の座標は $(\text{ キ }, \text{ ク })$ である。ただし， カ ， キ ，

ク は s, t を用いないで表せ。

[2]

(1) 整数 2024 を素数の積で表すと、

$$2024 = \boxed{\text{ケ}} \times \boxed{\text{コ}} \times \boxed{\text{サ}} \times \boxed{\text{シ}} \times \boxed{\text{ス}} \text{ となる。}$$

$$\text{ただし, } \boxed{\text{ケ}} \leq \boxed{\text{コ}} \leq \boxed{\text{サ}} \leq \boxed{\text{シ}} \leq \boxed{\text{ス}} \text{ とする。}$$

(2) k を自然数とし, $n = \sqrt{2024k}$ とする。

n が 4 桁の整数となるとき, n の最大値は $\boxed{\text{セ}}$, n の最小値は $\boxed{\text{ソ}}$ である。また, n の正の約数の個数が 20 であるとき $n = \boxed{\text{タ}}$ である。

[3] a を定数とする。

(1) 放物線 $y = x^2 + ax + a + 3$ が x 軸と異なる 2 つの共有点をもつとき, a の値の範囲は $\boxed{\text{チ}}$ である。また, この放物線と x 軸の正の部分が異なる 2 つの共有点をもつとき, a の値の範囲は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

(2) a を $a > 0, a \neq 1$ とする。

放物線 $y = (\log_{10} a)x^2 + 2(\log_{10} a - 1)x - (\log_{10} a - 1)$ がある。

① $a = 100$ のとき, この放物線は x 軸との共有点を $\boxed{\text{テ}}$ 個もつ。

② この放物線が x の値にかかわらず常に x 軸の上側にあるとき, a の値の範囲は $\boxed{\text{ト}}$ である。さらに, この放物線と x 軸の正の部分が異なる 2 つの共有点をもつとき, a の値の範囲は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

Ⅱ ある農園で生産される果物は、出荷時に品質を判定し、2つのグレードA、Bのどちらかに分類される。Aグレードの方がBグレードより品質が高い。

農園の果物全体の10%がBグレードである場合について考える。なお、小数の形で解答する場合は、小数第2位を四捨五入して、小数第1位まで求めよ。例えば、2.56は2.6、0.81は0.8と解答する。

〔1〕 検査装置Xはこの果物の品質を自動的に判定し、AグレードとBグレードのどちらかに分類する。Xでは、果物が

- ① Aグレードであるときに、正しくAグレードと判定する確率は88%
- ② Bグレードであるときに、正しくBグレードと判定する確率は92%である。

この農園から出荷される果物から1個を取り出してXで検査するとき、Bグレードと判定される確率は %である。また、XでBグレードと判定されたときに、実際はAグレードである確率は %である。

〔2〕 〔1〕の検査装置XでBグレードと判定されたものについては、続いて人が検査を行い、AグレードかBグレードかを判定する。人の検査では、果物が

- ③ Aグレードであるときに、正しくAグレードと判定する確率は98%
- ④ Bグレードであるときに、正しくBグレードと判定する確率は98%である。

農園から出荷される果物のうち、Xの検査でBグレードと分類されたものについて、この中から取り出した1個が、人の検査によりBグレードと判定される確率は %である。

農園から出荷される果物の中から取り出した1個が、Xの検査と人による検査の結果、Bグレードと判定される確率は %である。

次に、1個当たりの検査費用は、Xによる場合は2円、人による場合は10円である。また、1個当たりの販売価格は、Aグレードの場合は100円、Bグレードの場合は30円とする。このとき

1日の果物の出荷個数を1000個とすると、1日当たりの人による検査が必要な個数は、 $(1\text{日の出荷個数}) \times \frac{\text{ア}}{100}$ で計算され、 個となる。したがって、1日に必要な検査の総費用は 円となる。

Aグレードの果物を誤ってBグレードとする場合の販売価格差によって生じる損失について考える。農園から出荷される果物の中から取り出した1個が、Aグレードであり、かつXの検査と人による検査の結果、Bグレードと判定される確率は %である。1日の出荷個数を1000個とすると、1日の損失額は、

$(1\text{日に出荷される果物の個数}) \times \frac{\text{キ}}{100} \times (1\text{個当たりの損失額})$

で計算でき、結果は 円となる。

〔3〕 人の検査に代わるものとして新しい検査装置Yの導入を検討している。Yは、果物が

⑤ Aグレードであるときに、正しくAグレードと判定する確率は94%

⑥ Bグレードであるときに、正しくBグレードと判定する確率は96%である。

この農園から出荷される果物をまず〔1〕のXで判定し、Aグレードと判定されたものはさらに検査を行わず、そのまま出荷する。Bグレードと判定されたものについては、次にYで判定しAグレード、Bグレードに分類して出荷する。

この農園から出荷される果物の中から取り出した1個がBグレードであり、かつAグレードとして出荷される確率は、 %である。

農園から出荷される果物の検査において、人の検査の代わりにYを導入した場合、Yによる果物1個当たりの検査費用は5円であるとする、1日の出荷個数1000個当たりの総検査費用は、人の検査に比べて 円低下する。

Ⅲ 次の問いに答えよ。

- [1] a, b, c, d を定数とする。3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ が次の 3 つの条件を満たしている。

$$f(1) = 2, f(-1) = -2, \int_{-1}^1 (bx^2 + cx + d) dx = 2$$

- (1) 条件より、関数 $f(x)$ を b, c, d を用いないで表せ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2x$ が接するとき、 a の値を求めよ。また、そのとき、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

- [2] t は x と無関係な変数として、 x の関数 $g(x)$ を

$$g(x) = -x^3 + x^2 + 6x + \int_0^1 (x^2 t + 3) dt$$

とおく。

- (1) $g(x)$ を求め、 $g(x)$ の極大値、極小値を求めよ。
- (2) $y = g(x)$ のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したとき、そのグラフが原点に関して対称になるとき、 p, q の値を求めよ。

