

(第3時限：80分)

2024年度 ④

選 択 科 目 (全52ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～10
日 本 史	11～20
世 界 史	21～34
地 理	35～46
数 学	47～52

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 A と B の 2 人がそれぞれ 1 つのサイコロを同時に投げ，出た目の数によって次のルールにしたがって勝敗を決めるゲームがある。

【ルール】

- ① 出た目が異なるとき，出た目の数が大きい方が 1 ポイントを獲得してさらにゲームを続ける。ただし，どちらかに 1 の目が出たときは，1 の目が出なかった方の勝ちとし，ゲームを終了する。
- ② 出た目が同じとき，引き分けとしてどちらもポイントを獲得せずさらにゲームを続ける。ただし，両方とも出た目が 1 のときは勝ち負けはなしとし，ゲームを終了する。
- ③ ①，②でゲームを続けるときは，先に 2 ポイントを獲得した方を勝ちとし，ゲームを終了する。

(1) 2 人がサイコロを投げて，1 回目で，A の勝ちが決まる確率は ア ，勝ち負けはなしとしゲームが終了する確率は イ ，引き分けとなりゲームが続く確率は ウ ，A がポイントを取りゲームが続く確率は エ である。

(2) 2 人がサイコロを投げて，2 回目で A の勝ちが決まる確率は オ である。

(3) 2 人が 3 回目のサイコロを投げる前までに，B の勝ちが決まる確率は カ である。

[2]

(1) 次の7個の数

$$2^{-\frac{3}{4}}, \quad 2^{\frac{1}{2}}, \quad 2^{\frac{3}{2}}, \quad 0.5^{-\frac{3}{4}}, \quad 0.5^{\frac{1}{3}}, \quad \log_2 8, \quad \log_{0.5} \frac{3}{2}$$

を小さい方から順に並べたとき、小さい方から3番目の数は , 大きい方から2番目の数は である。また、2より大きい数は 個あり、1より小さい数は、 個ある。

(2) 実数 x, y が $2^x = 5^y$ と $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ を満たしているとき、

$2^x =$ である。また、 $(\sqrt{5})^y =$ となる。

[3] a を定数とする。3次関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax$ がある。

(1) $a = 3$ のとき、 $f(x)$ は $x =$ で極大値 をとり、
 $x =$ で極小値 をとる。

(2) $f(x)$ の極大値が4であるとき、 a の値は、 と である。
ただし、 $<$ である。

(3) $f(x)$ の極小値が2より小さいとき、 a の値の範囲は、 $a <$,
 $< a$ である。

Ⅱ R市には、市営植物園がある。

- 〔1〕 植物園には、図1に示すように東西9本、南北7本の通路がある。地点Bにある展望台からは、植物園全体を観ることができる。地点Cの周りには、噴水がある。ハーブエリア（図の灰色の部分）内のバラのアーチを通り抜ける通路上に地点Dがある。ハーブエリア内の通路もすべて通ることができる。

出入口がある地点Aから地点Bまで行く最短経路は ア 通りで、地点Aから地点Cを通って地点Bまで行く最短経路は イ 通りある。地点Aから地点Dを通り、地点Bまで行く最短経路は ウ 通りある。地点Dを通らないで地点Aから地点Bまで行く最短経路は エ 通りある。また、地点Cを通らないで、さらに地点Dも通らないで地点Aから地点Bまで行く最短経路は オ 通りある。

- 〔2〕 植物園をリニューアルすることになり、図2に示すような池と売店を作った。

その池の中央付近に塔を設置することになった。そのことでハーブエリアから塔をバックに写真を撮影する来場者が増えたが、池を作ったことから、この付近の通路は図2に示すようになった。そのため地点Aから地点Dのバラのアーチを通り展望台Bに行く最短経路は カ 通りになった。

撮影のバックになっている塔の水面からの高さを求めよう。この塔の先端Tから真下に下ろした水面との交点をGとする。売店のある地点EからTを見上げた角度（仰角）は15度であり、地点Eから塔へ50m近づいた地点FからTを見上げた角度は45度であった。ここでは水面と地面は水平で、E、F、Gは一直線上にあるとする。測定者の目の高さが1.5mであるとき、塔の高さは キ mである。ただし、キ は、 $\tan 15^\circ = 0.268$ として計算し小数第2位を四捨五入すること。

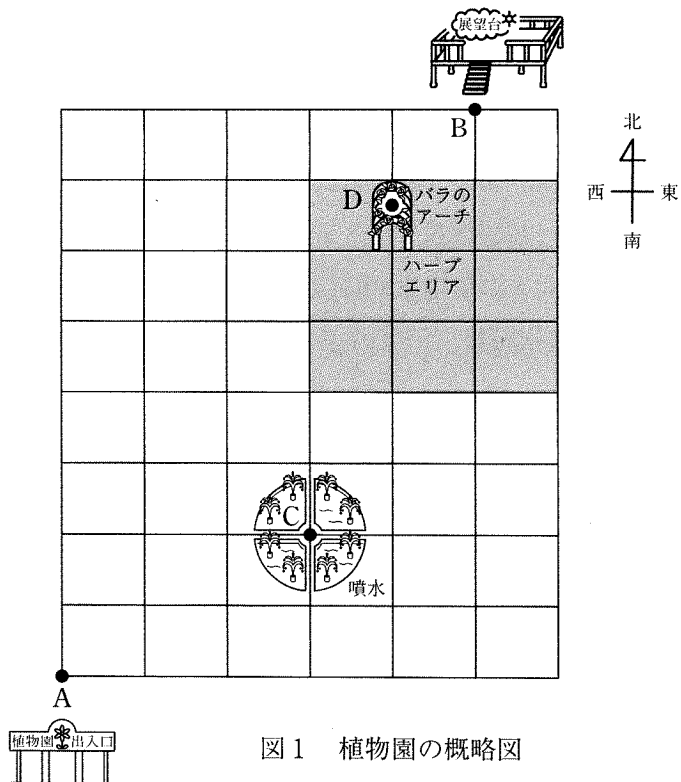


図1 植物園の概略図

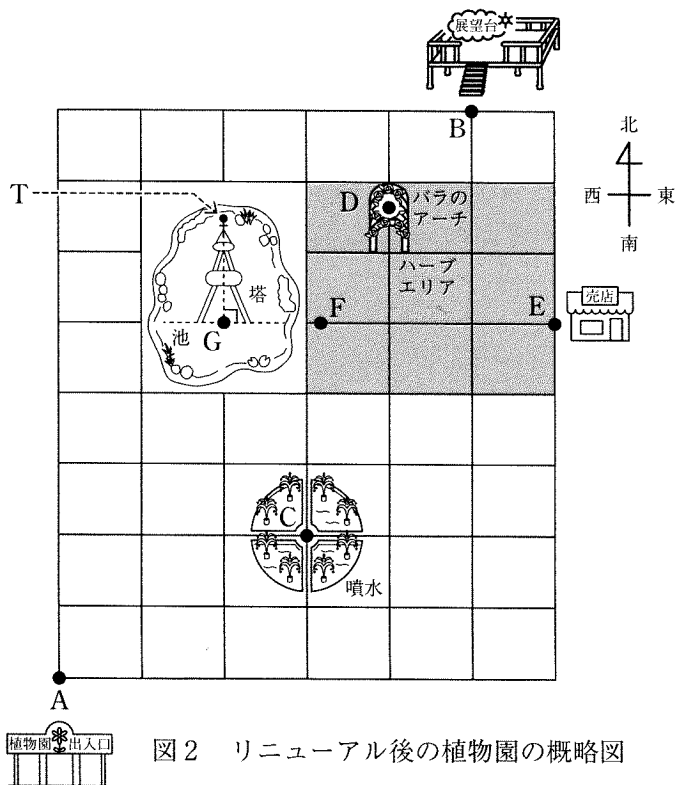


図2 リニューアル後の植物園の概略図

- 〔3〕 次に、来場者が増えたこともあり、地点 E の売店において植物園で栽培したハーブの茶を販売することにした。ハーブ茶 1 箱 1000 円で販売したところ 1 日当たり 150 箱、1200 円にすると 1 日当たり 90 箱売れた。

ハーブ茶 1 箱当たりの価格を x 円 ($500 \leq x \leq 1400$) とすると、1 日に売れる個数 y は、 x の 1 次関数

$$y = \boxed{\text{ク}} x + \boxed{\text{ケ}}$$

で表すことができる。

材料費はハーブ茶 1 箱当たり 700 円で、人件費が 1 日当たり 8000 円かかる。ハーブ茶の販売による店の 1 日当たりの利益 z 円は、売上金額から材料費と人件費を引くことで求められる。また売上金額は、ハーブ茶 1 箱当たりの価格と、売れた個数 y の積で計算できる。よって、 z を x の式で表すと

$$z = \boxed{\text{コ}} x^2 + \boxed{\text{サ}} x - \boxed{\text{シ}}$$

となる。

この 1 日当たりの利益 z 円を最大にするには、ハーブ茶 1 箱当たりの価格 x を $\boxed{\text{ス}}$ 円とすればよく、そのときの利益 z は $\boxed{\text{セ}}$ 円となることが分かる。

Ⅲ t を $0 < t < 2$ とする。原点を O とする座標平面において、3点 $A(t, 0)$, $B(2t, 2(t+2))$, $C(t-2, 0)$ と直線 $\ell: y = 2x$ がある。さらに、点 D を線分 AB と直線 ℓ との交点とし、点 P を直線 ℓ に関して点 A と対称な点とする。次の問いに答えよ。

〔1〕 直線 AB の方程式を求め、点 D の座標を求めよ。

〔2〕 点 P の座標を求めよ。

〔3〕 直線 $y = 2(x - t + 2)$ は2点 B, C を通り直線 ℓ に平行な直線である。
点 P が不等式 $y > 2(x - t + 2)$ を満たす領域に存在するとき、 t の値の範囲を求めよ。

〔4〕 $\triangle ABC$ の面積を S , $\triangle ODP$ の面積を S_1 とするとき、面積比 $\frac{S_1}{S}$ を求めよ。

〔5〕 〔3〕 の条件のもとで、 $\triangle ODP$ と $\triangle ABC$ の共通部分の台形の面積を S_2 とする。このとき $\triangle ABC$ の面積 S との面積比 $\frac{S_2}{S}$ の最大値と、そのときの t の値を求めよ。

I

I

I

I