

(第3時限：80分)

2024年度 ⑤

選 択 科 目 (全62ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～10
日 本 史	11～24
世 界 史	25～38
地 理	39～56
数 学	57～62

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答する科目

受験学部	解答する科目
経済学部	「数学」を解答すること
上記以外の学部	政治・経済、日本史、世界史、地理、数学 から1科目選択

(注) 受験学部を受験票で十分に確認すること。

3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

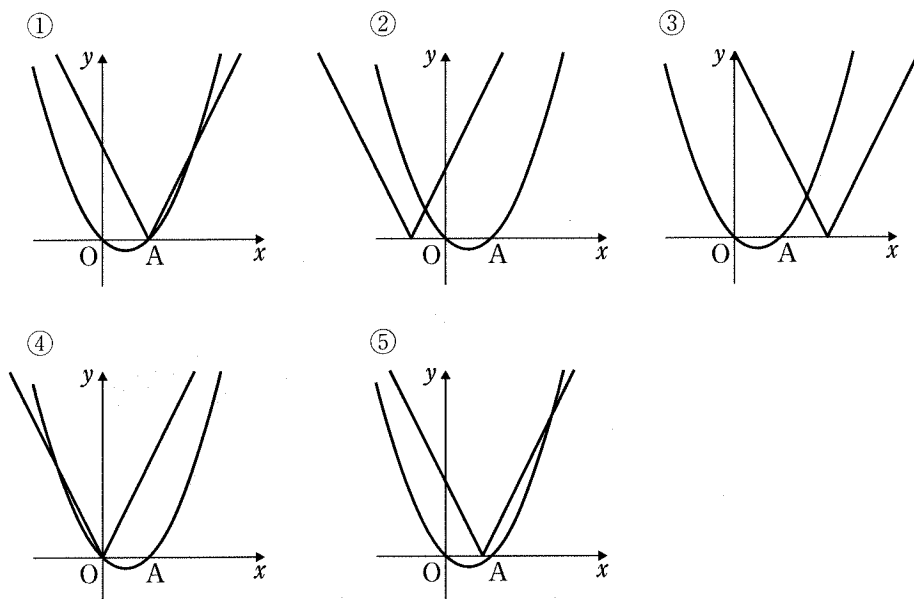
Ⅰ

- 〔1〕 $\triangle ABC$ において，頂点 A ， B ， C からそれぞれの対辺 BC ， CA ， AB に下ろした垂線を AE ， BF ， CD とする。 $AE = 3\sqrt{3}$ ， $BF = \frac{6\sqrt{21}}{7}$ ， $CD = 2\sqrt{3}$ であるとき， $BC : CA : AB =$ ア $: \sqrt{7} :$ イ であり，
 $\cos \angle ABC =$ ウ である。これにより， $BC =$ エ ， $CA =$ オ ，
 $AB =$ カ となる。次に， $\triangle ABC$ の面積は $\triangle BDE$ の面積の キ 倍である。また $\triangle ABC$ の内接円の半径は ク である。

〔2〕 a を正の定数とし、放物線 $y = x^2 - x$ を C 、関数 $y = |3x - a|$ のグラフを ℓ とする。

- (1) $a = 2$ のとき、原点を O とする座標平面上に C と ℓ をかくと、概形として最も適当なものは である。 は次の選択肢のうち1つ選び番号で答えよ。ただし、図における点 A は放物線 C と x 軸との交点を表し、①においては点 A を、④においては原点 O を、 C と ℓ が共有している。

【選択肢】



さらに、このときの C と ℓ の共有点の x 座標の値を求めると と である。ただし、 < とする。

- (2) C と ℓ が異なる3点を共有点にもつとき、 a の値は と である。ただし、 < とする。

- (3) < a < のとき、 C と ℓ の共有点の x 座標の値をすべて加えると となる。

[3] a, b は定数とし、放物線 $y = x^2 - 2ax + b$ がある。

(1) 放物線 $y = x^2 - 2ax + b$ が放物線 $y = \frac{x^2}{5}$ と 1 点で接するとき、 b を a を用いて表すと $b = \boxed{\text{ソ}}$ である。

(2) 放物線 $y = x^2 - 2ax + \boxed{\text{ソ}}$ が直線 $y = x + \frac{11}{4}$ と異なる 2 点で交わる時、 a の値の範囲は $\boxed{\text{タ}} < a < \boxed{\text{チ}}$ である。また、このとき放物線 $y = x^2 - 2ax + \boxed{\text{ソ}}$ と直線 $y = x + \frac{11}{4}$ との交点の x 座標は、 $x = \frac{1}{2} \left(\boxed{\text{ツ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{テ}}} \right)$ である。

次に、放物線 $y = x^2 - 2ax + \boxed{\text{ソ}}$ と直線 $y = x + \frac{11}{4}$ で囲まれた部分の面積 S は $S = \frac{1}{6} \left(\boxed{\text{ト}} \right)^{\frac{3}{2}}$ である。このとき、 S は、 $a = \boxed{\text{ナ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ニ}}$ をとる。

Ⅱ ある工場では、モデル X とモデル Y の 2 種類の製品を製造している。いずれの製品も、第 1 工程から第 4 工程までの 4 つの工程を経て、完成し、出荷する。各製品 1 台を製造するために要する人数、そしてそれぞれの工程において投入できる最大の総人数は下の表の通りである。

表

	①	②	③
第 1 工程	0	3	210
第 2 工程	5	15	1150
第 3 工程	3	6	540
第 4 工程	5	0	500

ただし、表中の①、②、③は次のことを表している。

- ①：1 台のモデル X を製造するために要する人数
- ②：1 台のモデル Y を製造するために要する人数
- ③：投入できる最大の総人数

〔1〕 モデル X の製造台数を x ($x \geq 0$)、モデル Y の製造台数を y ($y \geq 0$) で表す。

このとき、 x と y が 0 以上であることと、上の表で与えられた条件から、 x と y は次の 6 つの不等式を満たしている。

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$y \leq 70$$

$$x + \boxed{\text{ア}} y \leq \boxed{\text{イ}}$$

$$x + 2y \leq 180$$

$$x \leq 100$$

座標平面上に 6 つの不等式を満たす領域を図示して考えると、 x と y の組 (x, y) は、この領域に含まれ、 x と y がともに整数である点の座標で示される。

〔2〕 モデルXとモデルYを製造、出荷することによって得られる金額（以下、これを工場の利益という）が、1台につきそれぞれ36万円と90万円の場合について考える。このとき、この工場の利益を最大にする製造台数の計画を立てるとすると、そのときの利益は、 万円となり、それを実現する各モデルの製造台数は、モデルXについては 台であり、モデルYについては 台である。

〔3〕 工場の利益が、モデルXとモデルY 1台につきそれぞれ36万円と108万円の場合について考える。このとき、この工場の利益を最大にする製造台数の計画を立てるとすると、そのときの利益は、 万円となり、それを実現する2つのモデルの製造台数の組 (x, y) は、 個ある。このうち、最も多くのモデルXを製造する場合、そのときのモデルXの台数は であり、一方、最も多くのモデルYを製造する場合、そのときのモデルYの台数は である。

〔4〕 工場の利益が、モデルXとモデルY 1台につきそれぞれ45万円と90万円の場合について考える。そして、ここで生産技術の進歩により、第3工程を省略することが可能となったとする。このとき、この工場の利益を最大にする製造台数の計画を立てるとすると、そのときの利益は、 万円となり、それを実現する2つのモデルの製造台数の組 (x, y) は、 個ある。

Ⅲ $\triangle ABC$ において、 $BC = 4$ 、 $CA = 5$ 、 $\angle ACB = 60^\circ$ 、外接円の中心を O とする。

このとき、次の問いに答えよ。

〔1〕 辺 AB の長さ と 外接円の半径 R を求めよ。

〔2〕 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ の値を求めよ。

〔3〕 $l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ が成り立つとき、 l 、 m 、 n の値を求めよ。

ただし、 l 、 m 、 n は自然数で、それらの最大公約数は 1 である。

〔4〕 $\triangle ABC$ の重心を G とし、2 点 O 、 G を通る直線と辺 AC の交点を D とするとき、 $AD : DC$ を求めよ。

