

I

解答

〔1〕	ア	イ	ウ	エ	オ	カ				
	$\frac{3}{2}$	3	$\sqrt{2}$	$\sqrt{17}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{10\sqrt{2}}{13}$				
〔2〕	(1)	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	
		い	え	あ	お	い	う	あ	か	
	(2)	ソ	タ							
		$-nk+n^2+1$	$\frac{1}{2}(n+1)(n^2+2)$							
	(3)	チ								
	$2n^3+2n+1$									
〔3〕	(1)	ツ								
		576								
	(2)	テ								
		384								
	(3)	ト								
		70								
	(4)	ナ								
		14								

Ⅱ

解答

〔1〕	ア	イ	ウ	エ
	$x^2 - 10x + 109$	9	81	11
〔2〕	オ	カ	キ	
	18	$7x$	$x^2 - 10x + 116$	
〔3〕	ク	ケ	コ	サ
	95	7	う	あ

Ⅲ

〔1〕(1)

中心の座標が $(1, 1)$ 、半径が $\sqrt{5}$ の円の方程式は

$$\begin{aligned}(x-1)^2 + (y-1)^2 &= 5 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 &= 0\end{aligned}$$

であるから、 $a = -2, b = -2, c = -3$ である。

(答) $a = -2, b = -2, c = -3$

(2)

円 C の方程式に $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ を代入すると、

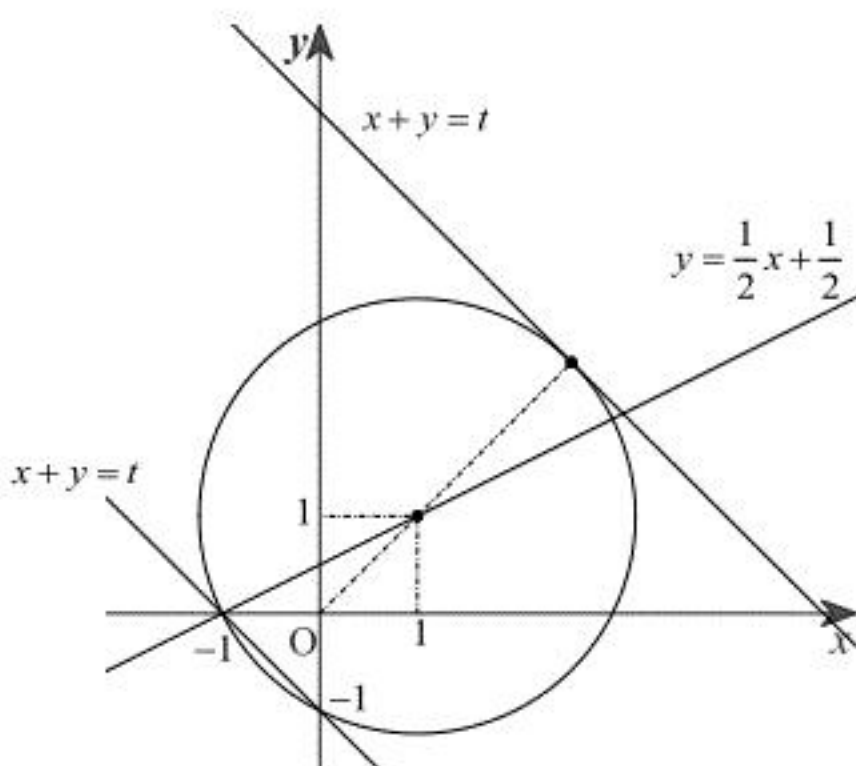
$$\begin{aligned}x^2 - 2x + \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -1, 3\end{aligned}$$

となる。よって、交点の座標は $(-1, 0), (3, 2)$ である。

(答) $(-1, 0), (3, 2)$

〔2〕(1)

円 C と $x+y=t$ の関係を図示すると下図のようになる。



上図より、 $x+y=t$ が $(-1, 0)$ を通るとき t の値は最小となり、その最小値は $t = -1$ である。また、 $x+y=t$ が円 C と第一象限で接するとき、 t の値は最大値となる。その接点は $y=x$ と円 C の交点であるから、交点の x 座標は

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}\end{aligned}$$

である。よって、 t の最大値は $t = 2 + \sqrt{10}$ であり、求める t の値の範囲は $-1 \leq t \leq 2 + \sqrt{10}$ である。

(答) $-1 \leq t \leq 2 + \sqrt{10}$

(2)

点 (x, y) は円 C の円周上にあるから、

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+y)^2 - 2xy - 2(x+y) - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow xy &= \frac{1}{2}t^2 - t - \frac{3}{2}\end{aligned}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned}F &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) - xy(x+y) - 3(x+y) \\ &= t^3 - 4t\left(\frac{1}{2}t^2 - t - \frac{3}{2}\right) - 3t \\ &= -t^3 + 4t^2 + 3t\end{aligned}$$

となる。

(答) $F = -t^3 + 4t^2 + 3t$

(3)

$f(t)$ を t で微分すると、

$$\begin{aligned}f'(t) &= -3t^2 + 8t + 3 \\ &= -(3t+1)(t-3)\end{aligned}$$

となる。よって $f(t)$ の増減表は以下のようになる。

t	-1	...	$-\frac{1}{3}$	...	3	...	$2+\sqrt{10}$
$f'(t)$		-	0	+	0	-	
$f(t)$	2	$\searrow$	$-\frac{14}{27}$	$\nearrow$	18	$\searrow$	$-6-3\sqrt{10}$

したがって、 $f(t)$ は $x=3$ で最大値18をとり、 $x=2+\sqrt{10}$ で最小値 $-6-3\sqrt{10}$ をとる。

(答) 最大値：18、最小値： $-6-3\sqrt{10}$