（第３時限：80分）
2025年度 ①

選　択　科　目 （全55ページ）

問　　題

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2. 解答にあたっては，上記の科目から１科目を選択しなさい。

3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。

4. 試験終了後，問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数　学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の $\boxed{}$ にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 A，B，C，D，Eの5人の並び方を考える。

（1） 5人のうち，3人を選び，横1列に並ぶ並び方は $\boxed{ア}$ 通りある。

（2） 5人が横1列に並ぶとき，AとEが両端である並び方は $\boxed{イ}$ 通りある。

（3） 5人が横1列に並ぶとき，AがEよりも左に並ぶ並び方は $\boxed{ウ}$ 通りある。

（4） 5人が横1列に並ぶとき，B，C，Dの3人が続いて並ぶ並び方は $\boxed{エ}$ 通りある。

（5） 5人が横1列に並ぶとき，B，C，Dのどの2人も隣り合わない並び方は $\boxed{オ}$ 通りある。

（6） 5人が円形に並ぶとき，A，Eが隣り合わない並び方は $\boxed{カ}$ 通りある。

〔2〕 k, m, n を正の定数とし，α, β, θ を実数とする。

（1） 方程式 $x^2 - kx + 9 = 0$ が異なる2つの解 α と 3α をもつとき，その2つの解は $x =$ $\boxed{キ}$ ，$\boxed{ク}$ で，$k =$ $\boxed{ケ}$ である。ただし，$\boxed{キ} < \boxed{ク}$ とする。

（2） 方程式 $(\log_3 x)^2 - 2\log_3 x + m = 0$ が異なる2つの解 β と 3β をもつとき，$\beta =$ $\boxed{コ}$ で，$m =$ $\boxed{サ}$ である。

（3） 方程式 $2\cos^2 x - n\cos x = 0$ が，$0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲に異なる2つの解 θ と 3θ をもつとき，$\theta =$ $\boxed{シ}$ で，$n =$ $\boxed{ス}$ である。

〔3〕 OA $= 1$，OB $= 2$ である△OABにおいて，$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき，$\vec{a}\cdot\vec{b} = -\dfrac{1}{2}$ である。辺ABの長さは $\boxed{セ}$ であり，△OABの面積は $\boxed{ソ}$ である。次に，点Oから辺ABに下ろした垂線の交点をHとすると，$\overrightarrow{OH} = \boxed{タ}\,\vec{a} + \boxed{チ}\,\vec{b}$ である。

ここで，点Hを通り，辺OAに平行な直線と辺OBとの交点をCとすると，$\overrightarrow{CH} = \boxed{ツ}\,\vec{a}$ であり，△OCHの面積は $\boxed{テ}$ である。

Ⅱ　Xさんはある銀行から2000万円を借り入れて住宅を購入した。この元金2000万円の返済について，詳細は次のとおりである。

・返済期間は30年とする。

・返済は借り入れを行った翌月から毎月1日に行われ，支払回数は30年×12か月＝360回とする。毎月の返済額は，一定であり，360回で返済が終わるように決定される。

・利息は月利1％（毎月の返済における利率は1％）の複利法で計算する。

図1は毎月の返済額の内訳，図2は元金残高と元金返済額との関係を表している。

〔1〕　初回の返済について考える。

初回の返済額 C（万円）は，初回の利息額と初回の元金返済額の合計となる。ここで，初回の利息額 R_1（万円）は元金 A（万円）に対して月利1％を掛けた額となる。また，初回の元金返済額 B_1（万円）は C（万円）から R_1（万円）を差し引いた額となる。なお，初回の返済終了時点の元金残高 A_1（万円）は A（万円）から B_1（万円）を差し引いた額となる。

つまり，R_1 は A を用いて，$R_1 = \boxed{\text{ア}}\ A$ と表される。さらに，$C = B_1 + R_1$ より，$B_1 = C - \boxed{\text{ア}}\ A$ となる。よって，$A_1 = A - B_1$ より，$A_1 = \boxed{\text{イ}}\ A - C$ となる。

〔2〕 n 回目（n は $2 \leqq n \leqq 360$ の自然数）の返済について初回と同様に考える。

2回目以降の毎月の返済額 C（万円）についても，利息額と元金返済額の合計となる。ここで，n 回目の利息額 R_n（万円）は $(n-1)$ 回目の返済終了時点の元金残高 A_{n-1}（万円）に対して月利1％を掛けた額となる。また，n 回目の元金返済額 B_n（万円）は C（万円）から R_n（万円）を差し引いた額となる。なお，n 回目の返済終了時点の元金残高 A_n（万円）は A_{n-1}（万円）から B_n（万円）を差し引いた額となる。

つまり，R_n は A_{n-1} を用いて，$R_n = \boxed{\text{ウ}}\, A_{n-1}$ と表される。さらに，
$C = B_n + R_n$ より，$B_n = C - \boxed{\text{ウ}}\, A_{n-1}$ となる。よって，
$A_n = A_{n-1} - B_n$ より，$A_n = \boxed{\text{エ}}\, A_{n-1} - C$ となる。

これより，$2 \leqq n \leqq 360$ のとき，数列 $\{A_n\}$ の一般項を A を用いて表すと，

$$A_n = \left(\boxed{\text{オ}}\right) 100C + \boxed{\text{カ}}\, A \quad \cdots\cdots ①$$

となることがわかる。

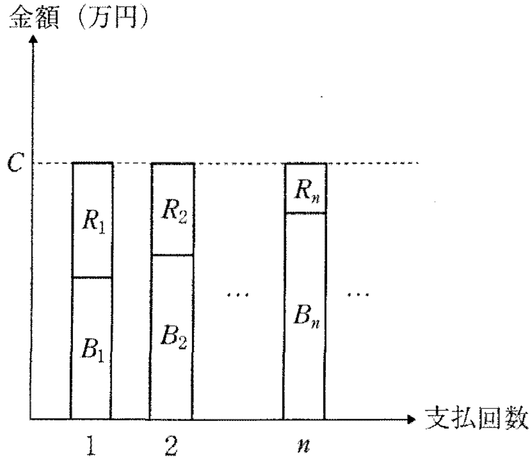

図1　毎月の返済額の内訳

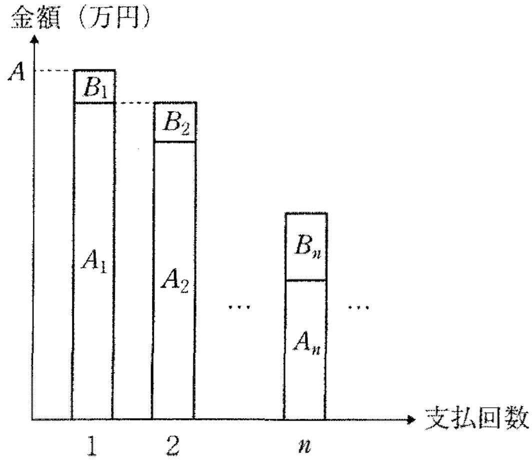

図2　元金残高と元金返済額との関係

（次のページに続く）

以下の解答にあたっては，必要に応じて表１，表２の値を使用すること。

〔３〕 360 回で返済が終わるためには，毎月の返済額 C（万円）がいくらになるかを考える。C を求めるには，①において $n = 360$，$A = 2000$，$A_{360} = 0$ とすればよい。したがって，C は $\boxed{キ}$ 万円となることがわかる。ただし，$\boxed{キ}$ については小数第２位を四捨五入すること。なお，毎月の返済額が $\boxed{キ}$ 万円のとき，返済総額（360 回の支払総額）は $\boxed{ク}$ 万円となる。

〔４〕 毎月の返済額 C が $\boxed{キ}$ 万円のとき，209 回目の返済後における元金残高 A_{209} は $\boxed{ケ}$ 万円となる。また，初回から数えて $\boxed{コ}$ 回目の返済終了後に元金残高が初めて A の半分を下回ることになる。

表１：$(1 + r)^n$ の値（r は月利を表す）

	$n = 209$	$n = 360$
$r = 0.01$	8.00	35.95
$r = 0.001$	1.23	1.43

表２：$\log_{10}x$ の値

x	$\log_{10}x$
1.01	0.0043
1.02	0.0086
1.03	0.0128
1.04	0.0170

x	$\log_{10}x$
1.05	0.0212
1.06	0.0253
2	0.3010
3	0.4771

（このページは空白）

Ⅲ　A，B，Cの3人がじゃんけんを1回する試行を考える。その結果によって次の①，②により点数が与えられる。

①勝ち負けが決まったときは，1人だけ勝った場合も2人が勝った場合も勝った人には1点を与える。負けた人は0点とする。

②あいこ（引き分け）のときは，3人とも0点とする。

次の問いに答えよ。

〔1〕　この試行を1回行う。

（1）　A，B，Cのいずれか1人の得点が1になる確率を求めよ。

（2）　A，B，Cのいずれか2人の得点が1になる確率を求めよ。

〔2〕　この試行を2回行う。それぞれの人が2回の試行で得た点数を合計し，それを合計得点とする。

（1）　3人のそれぞれの合計得点が同じになる確率を求めよ。ただし，合計得点が0の場合も含むものとする。

（2）　Aの合計得点がB，Cのいずれの合計得点よりも高くなる確率を求めよ。

（3）　Aの合計得点がB，Cのいずれの合計得点よりも高くなったとき，B，Cの合計得点がともに0である確率を求めよ。