（第３時限：80分）
2025年度 ②

選　択　科　目 （全55ページ）

問　　題

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2. 解答にあたっては，上記の科目から１科目を選択しなさい。

3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。

4. 試験終了後，問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数　学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の $\boxed{}$ にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 次の表は，2019年から2024年までの6年間について，A，B，C，Dの4つの地点における2月の降水量（mm）のデータをまとめたものである。

表　4地点における2月の降水量（mm）

	A地点	B地点	C地点	D地点
2019年	30	90	120	30
2020年	30	100	100	50
2021年	20	110	80	70
2022年	20	110	120	30
2023年	10	100	100	50
2024年	10	90	80	70

（1） 2月の各地点の降水量の標準偏差について考える。最も大きいのは $\boxed{ア}$ 地点と $\boxed{イ}$ 地点であり，その値は $\boxed{ウ}$ である。$\boxed{ウ}$ は最も小さい地点の値の $\boxed{エ}$ 倍である。

（2） 標準偏差を平均値で割って得られる値で，データのばらつきの度合いを表すとき，2月の降水量のばらつきが，最も大きいのは $\boxed{オ}$ 地点であり，最も小さいのは $\boxed{カ}$ 地点である。

（3） 2月の降水量について地点間の相関係数または散布図を用いて考察すると，D地点との間に最も強い負の相関関係がみられるのは $\boxed{\text{キ}}$ 地点であり，D地点との間に相関関係がみられないのは $\boxed{\text{ク}}$ 地点である。

（4） B地点のデータの一部について，より正確な値が得られた。2019年の降水量 90 mm はより正確には 94 mm であり，2022年の降水量 110 mm はより正確には 106 mm であった。これらのより正確な値を用いて再計算すると，B地点における2月の降水量の平均値は再計算する前 $\boxed{\text{ケ}}$ し，分散は再計算する前 $\boxed{\text{コ}}$ する。$\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ は，次の選択肢から正しいものを1つ選び記号で答えよ。

【選択肢】

① よりも減少	② よりも増加	③ と一致

〔2〕 $a > 1$ とし，関数 $f(x) = a^x + a^{-x}$，$g(x) = a^x - a^{-x}$ とする。

（1） $a = 3$ であるとき，$f(2) + g(-2) = \boxed{\text{サ}}$，

$f\left(\frac{1}{2}\right)g\left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{\text{シ}}$，$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = \boxed{\text{ス}}$ である。

（2） 実数 p，q が $f(p)f(q) = 12$，$g(p)g(q) = -8$ を満たしているとき，

$f(p+q) = \boxed{\text{セ}}$，$f(p-q) = \boxed{\text{ソ}}$ となる。このことより，

$p + q = \boxed{\text{タ}}$ である。また，$p > q$ とすると，$a^p = \boxed{\text{チ}}$ である。

〔3〕

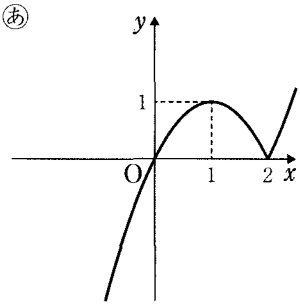
（1） 次の関数のグラフとして正しいものを，次の選択肢から1つ選び記号で答えよ。

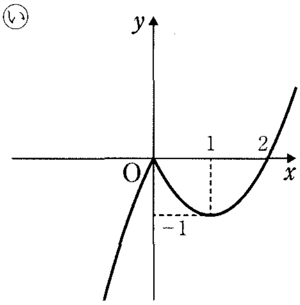
（a） $y = x(|x| - 2)$ のグラフは $\boxed{\text{ツ}}$ である。

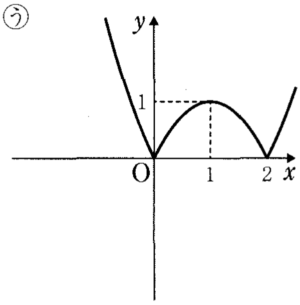
（b） $y = |x|(x - 2)$ のグラフは $\boxed{\text{テ}}$ である。

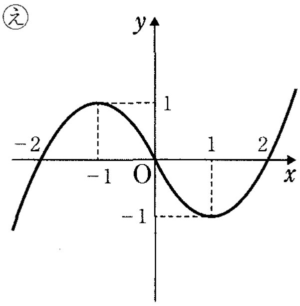
（c） $y = |x|(|x| - 2)$ のグラフは $\boxed{\text{ト}}$ である。

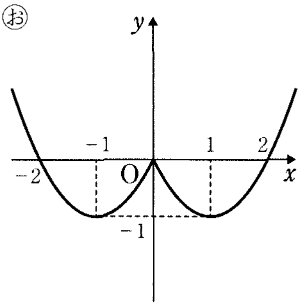
【選択肢】

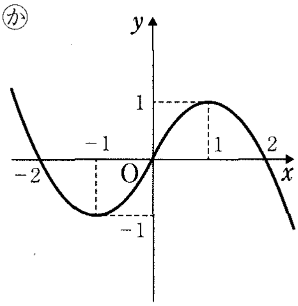
㋐


㋑


㋒


㋓


㋔


㋕


（2） a を定数とする。方程式 $x(|x| - 2) = a$ が異なる実数解を2つ以上もつとき，a の値の範囲は，$\boxed{\text{ナ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{ニ}}$ である。

（3） 曲線 $y = x(|x| - 2)$ と直線 $y = \boxed{\text{ニ}}$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

（このページは空白）

Ⅱ　食料品店Sは，地域Aに住む18歳以上のすべての人が利用している。これらの人を食料品店Sの顧客とする。顧客の集団は十分大きいものとする。食料品店Sの顧客は，毎回の来店でマイバッグを持参する人と，店頭でレジ袋を購入する人のいずれかである。

食料品店Sの顧客のうちマイバッグを持参する人の割合 p を，レジ袋1枚の価格 x 円を用いて次のように算出する場合を考える。ただし，x は $x > 0$ の実数，a は定数で $a > 4$ の実数とする。

$$p = \begin{cases} \dfrac{x+2}{a+2} & (0 < x \leqq a) \\ 1 & (x > a) \end{cases} \quad \cdots\cdots①$$

〔1〕　いま，食料品店Sの顧客の中から任意に1人を選び出し，食料品店Sでの買い物の際にマイバッグを持参するか，1枚 x 円のレジ袋を購入するかを質問する。x が $0 < x \leqq a$ の範囲にあるとき，その任意に選ばれた人がマイバッグを持参すると回答する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，レジ袋を購入すると回答する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

〔2〕　食料品店Sでレジ袋が1枚4円で販売される状況を考える。この状況のもとで，食料品店Sの顧客の中から任意に1人を選び出し，食料品店Sでの買い物の際にマイバッグを持参するか，1枚4円のレジ袋を購入するかを質問する。選ばれた人は，回答の後，元の集団に戻される。この試行を20回繰り返し，マイバッグを持参する人が10人，レジ袋を購入する人が10人となる確率 P は $P = {}_{20}\mathrm{C}_{10}\left(\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)^{10}$ で表される。ただし，$\boxed{\text{オ}}$ は a の1次式である。

ここで，定数$a\ (a > 4)$を変数とみなし，確率Pが最大となるaを求める。

$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$を変形すると次の式が得られる。

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} = \frac{6\left(\boxed{\text{キ}}\right)}{\left(\boxed{\text{キ}}\right)^2 + \boxed{\text{ク}}\left(\boxed{\text{キ}}\right) + \boxed{\text{ケ}}}$$

$$= \frac{6}{\boxed{\text{キ}} + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{キ}}} + \boxed{\text{ク}}}$$

ただし，$\boxed{\text{キ}}$はaの1次式，$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$はいずれも正の整数である。

この式から $a = \boxed{\text{コ}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$は最大値$\boxed{\text{サ}}$をとる。したがって，確率$P$は $a = \boxed{\text{コ}}$ のとき最大となる。

〔3〕 次に，〔2〕の調査を実施した1か月後に，食料品店Sで販売されるレジ袋が値下げされ，レジ袋が1枚2円で販売されている状況を考える。なお，食料品店Sの顧客は1か月前と同じであり，食料品店Sにマイバッグを持参する人の割合pも1か月前と同じく①式で表される。この状況のもとで，同様に食料品店Sの顧客の中から任意に1人を選び出し，食料品店Sでの買い物の際にマイバッグを持参するか，1枚2円のレジ袋を購入するかを質問する。選ばれた人は，回答の後，元の集団に戻される。この試行を20回繰り返し，マイバッグを持参する人が10人，レジ袋を購入する人が10人となる確率Pは

$P = {}_{20}C_{10}\left(\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\right)^{10}$ で表され，$a = \boxed{\text{セ}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$は最大値$\boxed{\text{ソ}}$をとる。$a = \boxed{\text{セ}}$ のとき，マイバッグを持参する人の割合を75％以上にするためには，レジ袋の価格xを$\boxed{\text{タ}}$円以上に設定する必要があるといえる。

Ⅲ　a を定数とする。座標空間に球面 $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2y - 2z + a^2 - 3 = 0$ がある。点 A $(2, 1, 1)$ を通り，$\vec{v} = (1, -2, -1)$ に平行な直線を ℓ とする。

このとき，次の問いに答えよ。

〔1〕 球面 S の中心 P の座標と半径を求めよ。

〔2〕 直線 ℓ 上の点を B とすると，実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = t\vec{v}$ と表すことができる。点 B (x, y, z) とするとき，x, y, z をそれぞれ t を用いて表せ。

〔3〕 球面 S と直線 ℓ が異なる 2 点で交わるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

〔4〕〔3〕のとき，交点を Q，R とする。△PQR の面積の最大値を求めよ。

〔5〕 △PQR の面積が最大のとき，定数 a の値を求めよ。