

(第3時限：80分)

2025年度 ③

選 択 科 目 (全55ページ)

問 題

	ページ
政治・経済	1～12
日 本 史	13～24
世 界 史	25～34
地 理	35～48
数 学	49～55

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答にあたっては、上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

- 〔1〕 $\triangle ABC$ において， $\angle BAC$ が鋭角， $AB = 4$ ， $\triangle ABC$ の面積が $4\sqrt{2}$ とする。
辺 AB を $3 : 5$ に内分する点を M とし，辺 AC を $2 : 1$ に内分する点を L とする。点 L ， M ， B ， C は同一円周上にある。

このとき， $AM =$ ア ， $AC =$ イ である。また， $\triangle AML$ の面積は ウ であり， $BC =$ エ である。

さらに，線分 BL と線分 CM の交点を P とし，直線 AP と辺 BC との交点を N とする。このとき， $\frac{BN}{NC} =$ オ である。また， $\triangle LMN$ の面積は カ である。

〔2〕 不等式 $n|x| + |y| \leq n^2$ ……① がある。ただし、 n は自然数である。

(1) x と y を次の 4 つの場合に分けて考えると、不等式①は次のように表される。

$x \geq 0, y \geq 0$ のとき	y	キ	ク
$x \geq 0, y < 0$ のとき	y	ケ	コ
$x < 0, y \geq 0$ のとき	y	サ	シ
$x < 0, y < 0$ のとき	y	ス	セ

, , , にあてはまるものを選択肢 A から、
, , , にあてはまるものを選択肢 B から 1 つずつ選び、㉖～㉙ の記号で答えよ。

【選択肢 A】

㉖ $\geq$ ㉙ $\leq$

【選択肢 B】

㉗ $nx + n^2$ ㉘ $-nx + n^2$
 ㉚ $nx - n^2$ ㉛ $-nx - n^2$

(2), (3) では、座標平面上で x 座標、 y 座標がともに整数である点を格子点と呼ぶ。

(2) 連立不等式 $x \geq 0, y \geq 0, y$ の表す領域に含まれる格子点の個数を求める。そのうち、直線 $x = k$ (k は $0 \leq k \leq n$ の整数) 上にある格子点の数は、 k を用いて と表される。したがって、求める格子点の個数は である。

(3) ①式の表す領域に含まれる格子点の個数は である。

〔3〕 整数 $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$ が並んだ下の表について考える。

8個の整数1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8がある。 x_1 はその8個の中から1個選んだ数, 次に x_2 は残りの7個の中から1個選んだ数, x_3 は残りの6個の中から1個選んだ数, 順に x_4, y_1, y_2, y_3 は同様にして選んだ数, y_4 は最後に残った数とする。

表

x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	y_2	y_3	y_4

(1) 条件「 x_1, x_2, x_3, x_4 はすべて奇数」を満たす表は ツ 通りある。

(2) 条件「 $x_1 + y_1 = x_2 + y_2 = x_3 + y_3 = x_4 + y_4$ 」を満たす表は テ 通りある。

(3) 条件「 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ 」かつ「 $y_1 < y_2 < y_3 < y_4$ 」を満たす表は ト 通りある。

(4) (3)の条件に加え,

条件「 $x_1 < y_1$ 」かつ「 $x_2 < y_2$ 」かつ「 $x_3 < y_3$ 」かつ「 $x_4 < y_4$ 」を満たす表は ナ 通りある。

(このページは空白)

Ⅱ ある衣料品メーカーはスーツの生地を生産している。その生地を生産量を x ($x \geq 0$) で表し、この商品の 1 単位当たりの価格を P ($P > 0$) とする。この衣料品メーカーの売り上げを価格と生産量の積 Px 、生産にかかる費用を $\frac{x^3}{3} - 5x^2 + 109x + 11$ とすると、衣料品メーカーの利潤は次の式で表される。

$$f(x) = Px - \left(\frac{x^3}{3} - 5x^2 + 109x + 11 \right)$$

〔1〕 価格 P を定数とすると、衣料品メーカーの利潤 $f(x)$ が最大になるように生産量 x を決める。

$f'(x) = 0$ のとき、価格 P と生産量 x の関係式は、

$$P = \boxed{\text{ア}} \quad \cdots \cdots \text{①}$$

と表される。

このスーツの生地が $P = 100$ のとき、利潤を最大にする生産量 x_1 は、
 $x_1 = \boxed{\text{イ}}$ となる。

このとき、衣料品メーカーの生産者余剰は

$$\int_0^{\boxed{\text{イ}}} \left(100 - \boxed{\text{ア}} \right) dx$$

で求められる。つまり、この値がスーツの生地を 1 単位販売したときの価格からその生産のために必要な費用を差し引いた値を合計したものを表している。

よって、 $P = 100$ のときの生産者余剰は $\boxed{\text{ウ}}$ となり、 $\boxed{\text{ウ}}$ から衣料品メーカーの利潤の最大値を引いた値は、 $\boxed{\text{エ}}$ となる。

〔2〕 いま、このスーツの生地を生産によって河川の水質汚染が発生することがわかった。この汚染を取り除くためには、生産量1単位当たり7の費用が必要となる。例えば、価格が $P = 100$ での生産量が x_1 のとき、生産者余剰から汚染の除去費用を引いたものは オ となる。

一般に、水質汚染を取り除くための生産量1単位当たり7の費用を衣料品メーカーが負担する場合を考える。この場合、衣料品メーカーの利潤は次のようになる。

$$Px - \left(\frac{x^3}{3} - 5x^2 + 109x + 11 + \text{カ} \right)$$

この衣料品メーカーは利潤が最大になるように生産量 x を決める。このとき、価格 P と生産量 x の関係式は、

$$P = \text{キ} \dots\dots ②$$

と表される。

〔3〕 次に、消費者が購入するスーツの生地の量を x_D ($x_D \geq 0$) と表す。購入量 x_D と価格 P の関係が、

$$P = -7x_D + 144$$

と表されるとする。ここで、スーツの生地を生産量 x と購入量 x_D が一致するときの生産量、購入量を均衡取引量 x^* 、そのときの価格を均衡価格 P^* と呼ぶこととする。衣料品メーカーの価格 P と生産量 x の関係式が②のとき、均衡価格は $P^* = \text{ク}$ 、均衡取引量は $x^* = \text{ケ}$ となる。もし水質汚染を考慮せず、価格 P と生産量 x の関係式が①のとき、②のときと比較して均衡価格は コ 、均衡取引量は サ 。

コ は選択肢 A から、 サ は選択肢 B から正しいものを1つずつ選び記号で答えよ。

【選択肢 A】 ☐ あ 上がり ☐ い 同じで ☐ う 下がり

【選択肢 B】 ☐ あ 増える ☐ い 変わらない ☐ う 減る

Ⅲ a, b, c を定数とする。円 $C: x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ の中心の座標が $(1, 1)$ 、半径が $\sqrt{5}$ である。このとき、次の問いに答えよ。

〔1〕

(1) a, b, c を求めよ。

(2) 円 C と直線 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ との交点の座標を求めよ。

〔2〕 点 (x, y) が、円 C の円周上にあり、かつ $y \geq \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ を満たしている。

(1) $x + y = t$ とおくとき、 t の値の範囲を求めよ。

(2) $F = x^3 + y^3 - x^2y - xy^2 - 3x - 3y$ を t を用いて表せ。

(3) (2) で求めた t の式を $f(t)$ とするとき、 $f(t)$ の最大値と最小値を求めよ。

