（第３時限：80分）
2025年度 ④

選　択　科　目 （全54ページ）

問　　　題

		ページ
政治・経済	……	1～12
日　本　史	……	13～24
世　界　史	……	25～34
地　　　理	……	35～46
数　　　学	……	47～54

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2. 解答にあたっては，上記の科目から１科目を選択しなさい。

3. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。

4. 試験終了後，問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数　学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の $\boxed{}$ にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 次のようなゲームを考える。2つの箱A，Bと，表の出る確率が異なる3つのコインY，R，Gがある。箱Aには黄色のボールが3個，白色のボールが7個入っており，箱Bには赤色のボールと緑色のボールが1個ずつ，白色のボールが8個入っている。ゲームは以下の2つのステップから構成され，ステップ1から開始する。

ステップ1：箱Aからボールを1個だけ取り出す。それが白いボールのときゲームはここで終了する。取り出したボールが黄色のとき，「コインY」を1回だけ投げる。表が出る確率は p で，表が出ると「ステップ2」に進むことができる。裏が出るとステップ2には進めず，ゲームはここで終了する。

ステップ2：箱Bからボールを1個だけ取り出す。取り出したボールの色が白だと，ゲームはここで終了する。取り出したボールの色が赤のとき「コインR」を，緑のとき「コインG」を1回だけ投げる。投げたコインの表が出ると賞金を獲得できるが，裏が出ると賞金を獲得できずにゲームは終了する。コインRとコインGの表が出る確率は，それぞれ $(1-p)$ と $(1-2p)$ である。

このゲームを1回だけ行う。ただし，実数 p は $0<p<\dfrac{1}{2}$ とする。

（1） ステップ2に進める確率は $\boxed{\text{ア}}$ である。

（2） 赤いボールを取り出し，賞金を獲得できる確率は $\boxed{\text{イ}}$ である。

（3） ステップ2に進んだことが分かっているときに，賞金を獲得できない確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（4） 賞金を獲得できる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。

（5） 賞金を獲得できる確率 $\boxed{\text{エ}}$ を最大にする p の値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

〔2〕 座標平面上の3点A(2，4)，B(11，7)，C(9，11)を通る円がある。

2点A，Bを通る直線の方程式は，$y = \boxed{\text{カ}}$ であり，線分ABの垂直二等分線の方程式は，$y = \boxed{\text{キ}}$ である。

3点A，B，Cを通る円の方程式は

$\left(x - \boxed{\text{ク}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{ケ}}\right)^2 = \boxed{\text{コ}}$ となり，

直線 $y = ax + 4a + 7$ がこの円と接するとき，$a = \boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ となる。ただし，$\boxed{\text{サ}} < \boxed{\text{シ}}$ とする。

〔3〕 OA = 3，OB = 2 である△OAB がある。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

∠AOB の二等分線と辺 AB の交点を C とするとき，

$\overrightarrow{OC}=\boxed{\text{ス}}\,\vec{a}+\boxed{\text{セ}}\,\vec{b}$

となる。また，$\overrightarrow{OD}=k\overrightarrow{OC}$ $(k>1)$ となる点 D をとり，線分 BD と OA とが平行になるとき，$k=\boxed{\text{ソ}}$ である。

次に，$\overrightarrow{OE}=t\overrightarrow{OB}$ $(t>1)$ となる点 E をとるとき，

$\overrightarrow{EC}=\boxed{\text{タ}}\,\vec{a}+\boxed{\text{チ}}\,\vec{b}$

となる。また，直線 EC と辺 OA との交点を F とするとき，

$\overrightarrow{OF}=\boxed{\text{ツ}}\,\overrightarrow{OA}$ となる。ただし，$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ は必要に応じて t を用いてもよい。

このことから，△ACF と△BCE の面積が等しくなるとき，$t=\boxed{\text{テ}}$ である。

（このページは空白）

Ⅱ　バス停Aでは，バス停Aを始発としてバス停Bに向かうバスが10時00分出発，10時20分出発，10時40分出発，というように，10時00分から20時00分まで20分間隔で運行している。バスは必ず定刻に出発するものとする。バスの乗客定員は50人とし，定員を超えて乗車することができないとする。

次の表1と表2は，ある日の15時台から18時台の間にバス停Aに到着した乗客数を到着時刻別にまとめた度数分布表である。

表1

階　級	人数
15時00分以降15時20分より前	40
15時20分以降15時40分より前	60
15時40分以降16時00分より前	45
16時00分以降16時20分より前	50
16時20分以降16時40分より前	50
16時40分以降17時00分より前	55

表2

階　級	人数
17時00分以降17時20分より前	65
17時20分以降17時40分より前	60
17時40分以降18時00分より前	65
18時00分以降18時20分より前	65
18時20分以降18時40分より前	55
18時40分以降19時00分より前	50

なお，以下の問題については，次のことを前提として考える。

・15時00分より前にバス停Aに到着した乗客は全員15時00分出発までのバスに乗車できている。

・バス停Aに到着した乗客はできる限り早い出発のバスに乗り，乗車は先にバス停Aに到着した乗客から優先される。

・バスの出発時刻ちょうどにバス停Aに到着した乗客は，その出発時刻のバスには乗れない。

・バス停Aに到着した乗客は，バスに乗るまでバス停Aを離れない。また，バスに乗った乗客はバス停Bまでそのバスから降りることがない。

〔1〕 バス停Aに到着した20分間当たりの乗客数の平均値は，15時台と16時台の2時間においては $\boxed{\text{ア}}$ 人，17時台と18時台の2時間においては $\boxed{\text{イ}}$ 人である。また，バス停Aに到着した20分間当たりの乗客数の分散を表1と表2のデータを用いて計算すると，15時台と16時台の2時間においては $\boxed{\text{ウ}}$ ，17時台と18時台の2時間においては $\boxed{\text{エ}}$ である。

〔2〕 乗客がバス停Aに到着した時刻から，乗車したバスの発車時刻までの時間を，乗客の待ち時間として定義する。ただし，乗客がバス停Aに到着した正確な時刻は記録されていないため，乗客がバス停Aに到着した時刻として到着時刻の階級値を用いる。

例えば，15時00分以降15時20分より前にバス停Aに到着した乗客40人は，全員この階級の階級値15時10分にバス停Aに到着したものとする。この40人は全員15時20分に乗車できるため，待ち時間はそれぞれ10分と考える。次に，15時20分以降15時40分より前にバス停Aに到着した乗客60人については，50人が15時40分，10人が16時00分に乗車できるため，待ち時間は50人についてはそれぞれ10分，10人についてはそれぞれ30分と考える。

同様にして，各階級の乗客の待ち時間を確認していくと，15時00分以降17時00分より前にバス停Aに到着した乗客の待ち時間の平均値は $\boxed{\text{オ}}$ 分，17時00分以降19時00分より前にバス停Aに到着した乗客の待ち時間の平均値は $\boxed{\text{カ}}$ 分，15時00分以降19時00分より前にバス停Aに到着した乗客全員の待ち時間の平均値は $\boxed{\text{キ}}$ 分である。

（次のページに続く）

〔3〕 バスを運営する会社は，乗客の待ち時間を減らす方策として，17 時 20 分出発から 19 時 00 分出発までの 6 本のバスに限り，定員 60 人の大型バスを運行する。この方策の効果を表 1 と表 2 のデータを用いて考えると，15 時 00 分以降 19 時 00 分より前にバス停 A に到着した乗客の待ち時間の平均値は $\boxed{\text{ク}}$ 分となり，$\boxed{\text{ケ}}$ 分だけ減少することがわかる。また，17 時 00 分以降 19 時 00 分より前にバス停 A に到着した乗客のうち，待ち時間が減少する乗客は合計 $\boxed{\text{コ}}$ 人である。ただし，〔2〕と同様に乗客がバス停 A に到着した時刻として到着時刻の階級値を用いること。

〔4〕 別の日に，近所でスポーツイベントがあり，15 時 00 分以降 15 時 20 分より前に 230 人の乗客がバス停 A に到着する事態が生じた。この 230 人の乗客の待ち時間の第 3 四分位数は $\boxed{\text{サ}}$ 分，四分位範囲は $\boxed{\text{シ}}$ 分である。ただし，〔2〕，〔3〕と同様に乗客がバス停 A に到着した時刻として到着時刻の階級値を用いること。

Ⅲ　n を 12 以下の自然数とする。整数 $P_n = 2^{146-n^2} \times 5^{8n-1}$ について，次の問いに答えよ。

ただし，必要であれば $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算すること。

〔1〕 P_5 の正の約数の個数を求めよ。

〔2〕 P_5 を 2 つの自然数 k と l を用いて $2^k \times 10^l$ と表す。

（1） k と l の値を求め，さらに，2^k の一の位の数字を求めよ。

（2） P_5 の桁数を求めよ。

（3） P_5 の最高位の数字を求めよ。

〔3〕 P_n の正の約数の個数を $f(n)$ とする。$f(n)$ が最大となるときの n の値を求めよ。

〔4〕 P_n の値が最大となるときの n の値を求めよ。