

前期日程

平成 11 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（農 学 部）

—— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入せよ。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答紙冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は

 から

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入せよ。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。

1

以下の問いに答えよ。

- (1) $a = \tan \frac{\alpha}{2}$, $b = \tan \frac{\beta}{2}$ のとき, $\tan \frac{\alpha + \beta}{2}$ を a , b で表せ。
- (2) $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$, $0^\circ \leq \beta < 90^\circ$ のとき, 以下の不等式を証明せよ。

また, 等号が成立する場合を調べよ。

(i)
$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{2} \geq \tan \frac{\alpha + \beta}{2}$$

(ii)
$$\frac{3 \tan \alpha + \tan \beta}{4} \geq \tan \frac{3\alpha + \beta}{4}$$

2

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 2$ と漸化式 $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{3}{a_n} + 1$

($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられたとき、以下の問いに答えよ。

(1) 一般項 a_n を求めよ。

(2) 自然数 m に対して $\sum_{n=1}^m \frac{1}{a_n}$ を求めよ。

3 k を実定数とする。放物線 $y = x^2 - 2x + 4$ と直線 $y = kx$ について以下の問いに答えよ。

- (1) この放物線と直線が異なる 2 点で交わる時、 k の値のとり得る範囲を求めよ。
- (2) 放物線と直線の異なる共有点を原点 O に近い方から P , Q とする。原点 O から P , Q までの距離の比が $OP : OQ = 1 : 3$ となる k の値を求めよ。
- (3) (2) のとき、放物線と直線で囲まれた第 1 象限内の図形の面積を求めよ。

4

空間の異なる3点をA, B, Oとする。点Aを通り $\vec{0}$ でない方向ベクトル $\vec{u}$ の直線 ℓ と, ℓ 上にはない点Bを通り $\vec{0}$ でない方向ベクトル $\vec{v}$ の直線 m がある。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおくとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) ℓ 上の点Xの位置ベクトルを $\overrightarrow{OX} = \vec{a} + s\vec{u}$ と表したとき, ベクトル $\overrightarrow{BX}$ の長さ $|\overrightarrow{BX}|$ を与えられたベクトルと s で表せ。
- (2) Xが ℓ 上を動くとき, $|\overrightarrow{BX}|$ の最小値と, 最小値を与える点 X_0 の位置ベクトル $\overrightarrow{OX_0}$ を与えられたベクトルで表せ。
- (3) m 上の点Yの位置ベクトルを $\overrightarrow{OY} = \vec{b} + t\vec{v}$ とおく。Xが ℓ 上を, Yが m 上を動くとき, $|\overrightarrow{XY}|$ が最小となるような位置ベクトル $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ を求めよ。