

1 (1) $10^{a-b} = \frac{10^a}{10^b}$ を用いて, $\log_{10} \frac{u}{v} = \log_{10} u - \log_{10} v$ を示せ。ただし,
 u, v は正の実数とする。

(2) 不等式 $\log_{10} 5x^2 - \log_{10}(x+1)^2 \geq 1$ をみたす x の値の範囲を求めよ。

2 平面上のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ は $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ をみたし, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ は $0^\circ < \theta < 180^\circ$ をみたすとする。また, ベクトル $\vec{c}$, $\vec{d}$ は実数 p, q, s, t を用いて

$$\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}, \quad \vec{d} = s\vec{a} + t\vec{b}$$

と表されるとき, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ が成立しているとする。

- (1) p と s との関係式, および q と t との関係式を求めよ。
(2) $|\vec{c}| = 1$ のとき, p, q と $\cos \theta$ との関係式を求めよ。
(3) $|\vec{d}| = 1$ のとき, (1)の結果を用いて, p, q と $\cos \theta$ との関係式を求めよ。
(4) $|\vec{c}| = |\vec{d}| = 1$ のとき,

$$\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d} = \vec{0} \text{ または } \vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$$

が成り立つことを, 上の結果を用いて示せ。

3

関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ ($a > 0$, b, c は実数) について、以下の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 個の実解をもつための条件を、 a, b, c を用いて表せ。
- (2) $f(x)$ が $x = -1$ で極大値を、 $x = 2$ で極小値をとるとき、極大値および極小値を a を用いて表せ。
- (3) $f(x)$ が (2) の条件をみたすとき、 $f(x) = 0$ の 3 個の実解を求めよ。

4

1回の試行で事象 A が起こる確率が p ($0 < p < 1$) であるとする。この試行を n 回行うときに奇数回 A が起こる確率を a_n とする。

(1) a_1, a_2, a_3 を p で表せ。

(2) $n \geq 2$ のとき, a_n を a_{n-1} と p で表せ。

(3) a_n を n と p で表せ。

(4) $p = \frac{1}{2}$ のときの (3) の結果を用いて, $\sum_{k=0}^n {}_{2n}C_{2k}$ を n の式で表せ。