

**1**

2 次関数  $y = 4x^2 + 8mx + 4m$  について、以下の問いに答えよ。

- (1) この 2 次関数の最小値  $l$  を、 $m$  の式で表せ。
- (2) (1) の  $l$  が正であるための  $m$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $m$  の値を変化させて、(1) の  $l$  が最も大きくなるときの  $m$  の値と、そのときの  $l$  の値を求めよ。
- (4) (1) の  $l$  に定数  $a$  を加えて得られる  $m$  の関数を  $n = f(m)$  とする。この関数のグラフが  $m$  軸と 1 点で接するように、 $a$  の値を定めよ。

**2** 平面上のベクトル  $\vec{a}, \vec{b}$  は  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$  をみたし、 $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角  $\theta$  は  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  をみたすとする。また、ベクトル  $\vec{c}, \vec{d}$  は実数  $p, q, s, t$  を用いて

$$\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}, \quad \vec{d} = s\vec{a} + t\vec{b}$$

と表されるとき、 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$  が成立しているとする。

- (1)  $p$  と  $s$  との関係式、および  $q$  と  $t$  との関係式を求めよ。
- (2)  $|\vec{c}| = 1$  のとき、 $p, q$  と  $\cos \theta$  との関係式を求めよ。
- (3)  $|\vec{d}| = 1$  のとき、(1)の結果を用いて、 $p, q$  と  $\cos \theta$  との関係式を求めよ。
- (4)  $|\vec{c}| = |\vec{d}| = 1$  のとき、

$$\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d} = \vec{0} \quad \text{または} \quad \vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$$

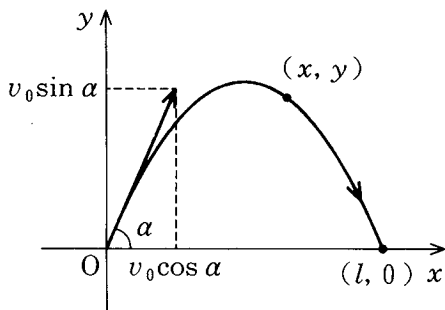
が成り立つことを、上の結果を用いて示せ。

**3**

1回の試行で事象  $A$  が起こる確率が  $p$  ( $0 < p < 1$ ) であるとする。この試行を  $n$  回行うときに奇数回  $A$  が起こる確率を  $a_n$  とする。

- (1)  $a_1, a_2, a_3$  を  $p$  で表せ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき,  $a_n$  を  $a_{n-1}$  と  $p$  で表せ。
- (3)  $a_n$  を  $n$  と  $p$  で表せ。
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  の値を求めよ。
- (5)  $p = \frac{1}{2}$  のときの(3)の結果を用いて,  $\sum_{k=0}^n {}_2nC_{2k}$  を  $n$  の式で表せ。

4 右の図のように、原点  $O$  から物体  $P$  を、水平面と角  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) をなす方向に、速さ  $v_0$  m/秒 ( $v_0 > 0$ ) で投げたとき、投げてから  $t$  秒後の  $P$  の位置を  $(x, y)$  とする。空気抵抗を無視すると、 $x$  と  $y$  は  $g$  を正定数として



$$x = (v_0 \cos \alpha) t, \quad y = (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \text{ と表される。}$$

- (1)  $P$  が正の時刻で  $x$  軸に到達する位置を  $(l, 0)$  とするとき、 $l$  を  $\alpha, v_0, g$  で表せ。
- (2) 正の時刻で  $x$  軸に到達するまでに  $P$  が描く曲線と  $x$  軸とで囲まれる図形の面積  $S$  を  $\alpha, v_0, g$  で表せ。
- (3)  $v_0$  を固定し、 $\alpha$  を動かすとき、 $S$  の最大値を  $v_0, g$  で表せ。