

1

2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が初項 $a_1 = 1$, $b_1 = 1$ であり, また

$$a_{n+1} = 2a_n + b_n + 2$$

$$b_{n+1} = a_n + 2b_n$$

の関係を満たしているとする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) a_3 , b_3 を求めよ。
- (2) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = a_n + b_n$ で定めたとき, その一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

2 θ の範囲が $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ であり, $x = \sin \theta + \cos \theta$ とする。

- (1) $x = 0$ となる θ の値を求めよ。
- (2) x の値の範囲を求めよ。
- (3) a を実数とすると, $y = a \sin \theta - \sin \theta \cos \theta + a \cos \theta$ を a, x を用いて表せ。
- (4) y の最小値を求めよ。

- 3 原点 $O(0, 0)$ を通る直線 m が次式で与えられている。

$$m : x \sin \alpha - y \cos \alpha = 0$$

ただし $45^\circ < \alpha < 135^\circ$ とする。

- (1) 点 $A(2, 2)$ を通り、直線 m に直交する直線 n の方程式を求めよ。
- (2) 直線 m と直線 n との交点 B の座標を求めよ。
- (3) 線分 AB の長さを α で表せ。
- (4) $\triangle OAB$ の面積 S を α で表せ。
- (5) 面積 S が最大となるときの α を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

(1) a が正の数で, $a \neq 1$ のとき,

$$\log_a(4 + 3x - x^2) - \log_a(2x - 1) > \log_a 2$$

を満たす x の範囲を求めよ。

(2) $4^x - 6^x - 2 \cdot 9^x \geq 0$ を満たす x の範囲を求めよ。