

1

2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が初項 $a_1 = 1$, $b_1 = 1$ であり, また

$$a_{n+1} = 2a_n + b_n + 2$$

$$b_{n+1} = a_n + 2b_n$$

の関係を満たしているとする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) a_3 , b_3 を求めよ。
- (2) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = a_n + b_n$ で定めたとき, その一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

2

関数 $f(x)$, $g(x)$ は、次の式を満たすものとする。

$$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x+2}}, \quad g(x) = 3x^2 + \int_{-1}^1 (x+t)g(t)dt$$

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $\int_{-1}^2 f(x)dx$ を求めよ。

(3) $b = \int_{-1}^1 g(t)dt$, $c = \int_{-1}^1 tg(t)dt$ において, $g(x)$ を b , c で表せ。さらに, b , c を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) a が正の数で, $a \neq 1$ のとき,

$$\log_a(4 + 3x - x^2) - \log_a(2x - 1) > \log_a 2$$

を満たす x の範囲を求めよ。

- (2) $4^x - 6^x - 2 \cdot 9^x \geq 0$ を満たす x の範囲を求めよ。

- 4 ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ は平行でなく, $\vec{0}$ でもないとする。座標平面の原点 O を通り $\vec{a}$, $\vec{b}$ に平行な直線上の点 P , Q は媒介変数 t を使って

$$\overrightarrow{OP} = t\vec{a}, \quad \overrightarrow{OQ} = (t-1)\vec{b}$$

と表す。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) t を固定して 2 点 P , Q を通る直線 l_t 上の点 M を, s を媒介変数とするベクトル方程式で表せ。
- (2) t と h ($h \neq 0$) を固定して 2 直線 l_t , l_{t+h} の交点を R としたとき, R の位置ベクトル $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, t , h で表せ。
- (3) 交点 R の座標を (X, Y) とおき, m を正定数として $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (1, -m)$ とおく。ここで $h \rightarrow 0$ としたときの座標の極限值 $\lim_{h \rightarrow 0} X$, $\lim_{h \rightarrow 0} Y$ を求めよ。
- (4) $X(t) = \lim_{h \rightarrow 0} X$, $Y(t) = \lim_{h \rightarrow 0} Y$ とおいて t を変化させたとき, 点 $(X(t), Y(t))$ が描く軌跡を求めよ。
- (5) l_t はこの軌跡に接することを示せ。