

1 a を正の数とする。次の問いに答えよ。

- (1) h を正の数とする。 x の値が a^2 から $(a + h)^2$ まで変化するときの関数 $y = (x + h)^2$ の平均変化率を $A(h)$ とする。このとき、 $A(h)$ を求めよ。
- (2) h を実数とする。関数 $y = (x + h)^2$ の $x = (a + h)^2$ における微分係数を $B(h)$ とするとき、 $B(h)$ を微分係数の定義に従って求めよ。
- (3) $h \geq 1$ であるすべての h について

$$A(h) + 2 < B(h)$$

となる a の値の範囲を求めよ。

2 a を正の定数とする。等式

$$\int_{-1}^2 (x-a)(2-x) dx = 3 \int_{-1}^c (x-a) dx$$

が成り立つような c の値は $-1 < c < 2$ の範囲にいくつあるか。

3 方程式 $z^5 = 1$ の解 z について次の問いに答えよ。

- (1) z を極形式で表せ。
- (2) $z^5 - 1 = (z - 1)(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1)$ を用いて $z + \frac{1}{z}$ の値を求めよ。
- (3) $\cos 144^\circ$ の値を求めよ。

- 4 座標平面上の原点を O とし、点 A の座標を $(\frac{1}{3}, 0)$ 、点 B の座標を $(0, \frac{2}{3})$ とする。負でない実数 s, t は $s + 2t = 3$ を満たしながら動くものとする。このとき、座標平面上の点 P を

$$\overrightarrow{OP} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}$$

により定める。次の問いに答えよ。

- (1) 点 P の存在範囲を図示せよ。
- (2) 内積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP}$ の最小値を求めよ。