

前期日程

平成 19 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（理 工 学 部）

—— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

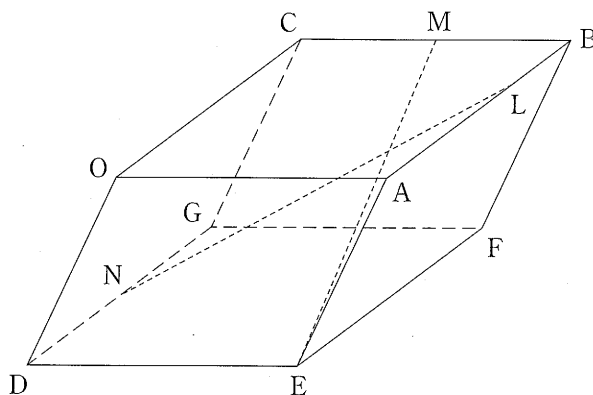
- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は

 から

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 問題冊子は持ち帰ること。

1 平行六面体 $OABC-DEFG$ において、辺 AB を $3:1$ の比に内分する点を L とし、辺 BC , DG の中点をそれぞれ M , N とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とおくとき、以下の問に答えよ。

- (1) 線分 EM を $t:(1-t)$ の比に分ける点を I とするとき、 $\overrightarrow{OI}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。
- (2) 線分 LN を $s:(1-s)$ の比に分ける点を J とするとき、 $\overrightarrow{OJ}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。
- (3) 線分 EM と線分 LN とが交わることを示し、その交点を H とするとき、比 $EH:HM$ を求めよ。



2 以下の間に答えよ。

- (1) $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ とする。角 β が $\alpha - \beta = 90^\circ - \alpha$ を満たすとき、

$$\tan \beta = \frac{\tan^2 \alpha - 1}{2 \tan \alpha}$$

が成り立つことを示せ。

- (2) $a > \frac{1}{2}$ とする。 $f(x) = x^2 - x + 1$ とし、放物線 $y = f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線を l_1 とする。 l_1 と x 軸とのなす角を $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ とするとき、 $\tan \alpha$ を a を用いて表せ。

- (3) l_1 に関して直線 $x = a$ と対称な直線を l_2 とするとき、 l_2 の方程式を求めよ。

- (4) a の値にかかわらず、 l_2 は定点を通ることを示し、その座標を求めよ。

3 関数

$$f(x) = 8 \cdot 16^x - 3 \cdot 8^{x+1} + 14 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^{x+2} - 9$$

について、以下の問に答えよ。

- (1) $2^x = t$ において、 $f(x) = g(t)$ となる t の多項式 $g(t)$ を求めよ。
- (2) 関数 $g(t)$ ($t > 0$) のグラフをかけ。
- (3) 不等式

$$f(x) > 0$$

を解け。

4 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ について、以下の間に答えよ。ただし、 $\log x$ は x の自然対数とする。

(1) $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ の大小関係を調べよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。

(3) 曲線 $y=f(x)$ と直線 $y = \frac{\log 2}{2}$ とで囲まれる図形の面積が

$$\frac{3}{2}(\log 2)^2 - \log 2$$

であることを示せ。