

## 前期日程

平成 20 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（文化教育学部）

### —— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。  
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は 



 から 



 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 問題冊子は持ち帰ること。

**1** 次の問いに答えよ。

- (1) 鋭角三角形 ABC の外接円の半径を  $R$  とし、頂点 A, B, C に向かい合う辺の長さを  $a, b, c$  とおく。このとき、

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

を証明せよ。

- (2)  $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  を内角にもつ三角形を利用して、 $\sin 75^\circ$  の値を求めよ。

2 次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $y = x^3 - 4x^2 + 3x$  の増減を調べ、そのグラフをかけ。
- (2)  $y$  軸上の点  $(0, a)$  を通る (1) のグラフの接線で、接点の  $x$  座標が正であるものは何本あるか。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 平面において、一直線上に相異なる3点A,P,Bをこの順にとる。次に線分ABを直径とする半円Cをかき、点Pを通る直線ABの垂線と半円Cとの交点をQとする。このとき、半円Cの半径と線分PQの長さをそれぞれ線分APの長さ、線分BPの長さを用いて表せ。
- (2) (1)を用いて、2つの正の数 $a, b$ に対して、不等式

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成り立つのはどのような場合かも示せ。

- 4 平面上の平行でない2つのベクトル  $\overrightarrow{OA_0}$  と  $\overrightarrow{OB_0}$  が、  
 $\overrightarrow{OA_0} \cdot \overrightarrow{OB_0} > 0$  を満たし、点 X が

$$\overrightarrow{OX} = 2\overrightarrow{OA_0} + \overrightarrow{OB_0}$$

を満たしているとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 X を通る直線が点 O と異なる2点 A, B で2本の半直線  $OA_0, OB_0$  とそれぞれ交わり、点 X が線分 AB を  $t:1-t$  に内分するとする。

$$\overrightarrow{OA} = p\overrightarrow{OA_0}, \overrightarrow{OB} = q\overrightarrow{OB_0}$$

とおくとき、 $p$  と  $q$  をそれぞれ  $t$  を用いて表せ。

- (2) 数  $t$  が不等式  $0 < t < 1$  を満たすとき、半直線  $OA_0$  上の点 A と半直線  $OB_0$  上の点 B で、点 X が線分 AB を  $t:1-t$  に内分する点となるものがとれることを示せ。
- (3) 点 O と異なる2点 A, B がそれぞれ半直線  $OA_0, OB_0$  上を、直線 AB が点 X を通るように動くとき、内積  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$  が最小となるのは、点 X が線分 AB の中点のときであることを示せ。