

前期日程

平成 20 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（ 農 学 部 ）

—— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は

1

 から

4

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 問題冊子は持ち帰ること。

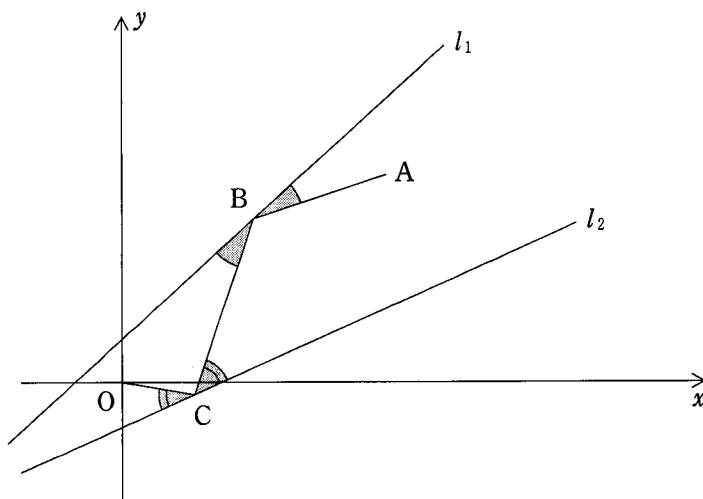
1 $a > 1$ とする。

$$y = -(\log_a x)^2 + \log_a x^4$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) $\log_a x = t$ とおくとき、 y を t の式として表せ。
- (2) $0 \leq y \leq 3$ となる t の範囲を求めよ。
- (3) $2 \leq x \leq 4$ を満たすすべての x に対して、 $0 \leq y \leq 3$ となる a の範囲を求めよ。

- 2 Oを原点とする座標平面上の2直線 $x - y + 1 = 0$ と $x - 2y - 2 = 0$ をそれぞれ l_1, l_2 とし、点A(5, 5)をとる。点Bと点Cはそれぞれ l_1, l_2 上にあるとする。ただし、下図の影をつけた部分の角が示しているように、線分AB, BCと直線 l_1 とのなす角は等しく、線分BC, COと直線 l_2 とのなす角は等しいとする。



- (1) $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ を満たす定数 a, b, c に対して、直線 $ax + by + c = 0$ を l とする。直線 l に関して、点 $P(m, n)$ と対称な点 Q の座標は

$$\left(m - \frac{2a(am + bn + c)}{a^2 + b^2}, n - \frac{2b(am + bn + c)}{a^2 + b^2} \right)$$

であることを証明せよ。ただし、 P は l 上の点でないとする。

- (2) 点Bと点Cの座標を求めよ。

3 大, 中, 小 3 つのさいころを同時に投げて, 出た目を a, b, c とする。

ただし, $b \geq a \geq c$ とする。2 次関数

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

を考え, 放物線 $y = f(x)$ を G とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 次の A は a, b を用いて表し, B は a, b, c を用いて表せ。

$$ax^2 + bx + c = a(x + A)^2 - B$$

(2) G と x 軸とが異なる 2 点で交わる時, 交点の x 座標をそれぞれ $\alpha < \beta$ とする。2 点 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ における G の接線をそれぞれ G_1, G_2 とする。 G と G_1 および G_2 によって囲まれる図形の面積 S を a, b, c を用いて表せ。

(3) G と x 軸とが異なる 2 点で交わって, しかも $S \leq \frac{1}{24}$ となる確率を求めよ。

(4) (3) の場合は $X = b$ とし, それ以外の場合には $X = 0$ とする。 X の期待値を求めよ。

4 座標平面上の曲線 $y = x^2$ を C とし、 m を $0 \leq m \leq 1$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 (m, m^2) における C の接線 L_m の式を求めよ。
- (2) $P(1, a)$ と $Q(b, 0)$ を L_m 上の点とする。 a と b を m の式で表せ。
- (3) $R(1, 0)$ について、三角形 PQR の面積を m の式で表せ。
- (4) 三角形 PQR の面積の最大値を求めよ。