

前期日程

平成 21 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（文化教育学部）

—— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は

1

 から

4

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 問題冊子は持ち帰ること。

1 以下の問いに答えよ。

(1) 次を満たす2数 x, y を求めよ。

$$x + y = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$$

(2) 次を満たす3数 x, y, z を求めよ。

$$x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3, \quad xyz = 1$$

2 関数 $f(\theta) = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ について、以下の問いに答えよ。

(1) $y = f(\theta)$ のグラフをかけ。

(2) $-\pi < \theta < \pi$ のとき、方程式

$$f(\theta) = 1$$

を解け。

(3) $-\pi < \theta < \pi$ のとき、不等式

$$\sin \theta > \sqrt{3} \cos \theta + 1$$

を解け。

3 以下の問いに答えよ。

(1) 初項 a , 公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) において,

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$$

となることを証明せよ。

(2) (i) n は自然数とする。このとき,

$$1 - x^n = (1 - x)(1 + x + \dots + x^{n-1})$$

が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(ii) 初項 a , 公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) において,

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \begin{cases} na & (r = 1 \text{ のとき}) \\ \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} & (r \neq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

となることを証明せよ。

4 放物線 $y = x^2$ のグラフ上に 2 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ (ただし, $a < b$) がある。また, グラフ上の点 A と点 B の間に点 $P(p, p^2)$ をとり, 点 P における放物線の接線, 線分 AB , 2 直線 $x = a$, $x = p$ で囲まれた部分の面積を S_1 , 放物線, 点 P における放物線の接線, 直線 $x = a$ で囲まれた部分の面積を S_2 とする。

点 P が点 A と点 B の間 (両端は含まない) を放物線のグラフに沿って動くとき, $\frac{S_2}{S_1}$ のとる値の範囲を求めよ。