

前期日程

平成 21 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（ 農 学 部 ）

—— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊(解答紙 4 枚および計算紙 1 枚)がある。
- 4 問題は

1

 から

4

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 問題冊子は持ち帰ること。

1 座標平面上の3点 $P(2, 1)$, $Q\left(-\frac{2}{5}, -\frac{11}{5}\right)$, $O(0, 0)$ を通る円を C_1 とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 円 C_1 の方程式を求めよ。

(2) 円 C_1 に内接する正三角形の面積を求めよ。

(3) 円 $C_2: x^2 + y^2 = 5$ の円周上を動く点 M に対して、3点 M, P, Q が三角形を作るとする。このとき、 $\triangle MPQ$ の重心の軌跡を求めよ。

2 濃度 $a\%$ ($a > 0$) の均一な食塩水がある。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 食塩水から質量の 10 分の 1 を取り出し、代わりに同じ質量の真水を加えて濃度が均一になるようにした。このときの食塩水の濃度を求めよ。

(2) (1) の操作を n 回繰り返してできる食塩水の濃度を求めよ。

(3) $0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$ を用いて、(2)において濃度が $\frac{a}{10}\%$ 以下になる n の最小値を求めよ。

3 $A_1(1, 1, 1), A_2(2, 3, 1), A_3(2, 2, 2), A_4(4, 2, 0)$

を空間内の4点とし、 O を原点とすると、次の問いに答えよ。

(1) A_3 と A_4 の中点を B とすると、 $\triangle A_1A_2B$ の面積を求めよ。

(2) 2つの四面体 $A_1A_2A_3B$ 、および $A_1A_2A_4B$ の体積をそれぞれ求めよ。

(3)

$$\frac{1}{4}(\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_3} + \overrightarrow{OA_4})$$

を位置ベクトルに持つ点を P とする。 $\overrightarrow{A_1P}$ を $\overrightarrow{A_1A_2}$ と $\overrightarrow{A_1B}$ を用いて表し、4点 A_1, A_2, B, P は同一平面上にあることを示せ。

(4) A_1 と A_2 の中点を C とすると、4点 A_3, A_4, C, P は同一平面上にあることを示せ。

4 $k > 1$ とする。2 直線 $y = kx$, $y = (2k - 1)x$ と放物線 $y = x^2$ によって囲まれた図形の面積を S とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) S を k を用いて表せ。
- (2) S は k に関して単調に増加することを示せ。
- (3) $6S < 6k^3 - 7k^2 + 1$ が成り立つような k の値の範囲を求めよ。