

前期日程

平成 22 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（文化教育学部）

—— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊(解答紙 4 枚および計算紙 1 枚)がある。
- 4 問題は

1

 から

4

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 問題冊子は持ち帰ること。

1 以下の問いに答えよ。

(1) 等式 $2 \sin k\theta \sin \frac{\theta}{2} = \cos \left(k - \frac{1}{2}\right) \theta - \cos \left(k + \frac{1}{2}\right) \theta$ を示せ。

(2) n が自然数のとき, $S_n = \sum_{k=1}^n \sin k\theta$ を求めよ。

2 以下の問いに答えよ。

(1) n と r を自然数とする。

(i) $n \geq 2, r \leq n-1$ のとき ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ を示せ。

(ii) $n \geq 3, r \leq n-2$ のとき ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-2}C_{r-1} + {}_{n-2}C_r$ を示せ。

(iii) $n \geq 2, r \leq n-1$ のとき ${}_nC_r = \sum_{k=1}^{n-r} {}_{n-k}C_{r-1} + {}_rC_r$ を示せ。

(2) 「あるアイスクリーム店で、6種類のアイスクリームから通常料金の半額で3種類のアイスクリームを選べるという、格安3点セールを実施している。異なる3種類の組合せは何通りあるか答えよ。」という問題に対して、以下のような答案があった。これを詳しく解説せよ。

(答案)

まず $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ である。

次に $3 + 2 + 1 = 6$ となる。

さらに $2 + 1 = 3$ である。

最後に 1 がある。

よって $10 + 6 + 3 + 1 = 20$ なので求める組合せは 20 通りである。

3

次の定理を証明せよ。

「三角形の3本の中線は1点で交わり、各中線はその交点
でそれぞれ2 : 1 に内分される。」

4 p を $0 < p < 1$ を満たす定数とする。関数 $y = x^3 - (3p+2)x^2 + 8px$ の区間 $0 \leq x \leq 1$ における最大値と最小値を求めよ。