

## 前期日程

平成 22 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（理 工 学 部）

### —— 解 答 上 の 注 意 事 項 ——

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。  
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は 

|   |
|---|
| 1 |
|---|

 から 

|   |
|---|
| 4 |
|---|

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
- 7 問題冊子は持ち帰ること。

**1** 空間に定点  $A(-4, 0, 4\sqrt{3})$  と動点  $P(-t, t-2, 2\sqrt{3})$ ,  $Q(t, t^2+t-3, 0)$  がある。原点を  $O$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $t = 0$  のとき、 $\angle POQ$  の大きさを求めよ。
- (2)  $|\overrightarrow{OP}|$  の最小値と、そのときの  $t$  の値を求めよ。
- (3) 4 点  $O, A, P, Q$  が同一平面上にあるときの  $t$  の値をすべて求めよ。

2

座標平面上で、直線  $l: y = mx$  に関する対称移動によって、点  $P(x, y)$  が点  $Q(x', y')$  に移ったとする。ただし、 $m$  は 0 でない定数とし、点  $P$  は  $l$  上にないとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 線分  $PQ$  の中点が  $l$  上にあることと、線分  $PQ$  が  $l$  と垂直に交わっていることを利用して

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{1+m^2} \begin{pmatrix} 1-m^2 & 2m \\ 2m & m^2-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 直線  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ ,  $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$  に関する対称移動を表す 1 次変換をそれぞれ  $f, g$  とする。このとき、合成変換  $g \circ f$  および  $f \circ g$  を表す行列を求めよ。
- (3) (2) で求めた 2 つの行列は、原点  $O$  を中心とし、角  $\theta$  だけ回転する 1 次変換を表す行列である。それぞれの  $\theta$  を求めよ。

3

曲線  $C$  を  $y = e^x$  とする。 $C$  上の点  $A_0(0, 1)$  における接線と  $x$  軸の交点を  $B_1(b_1, 0)$  とし、 $C$  上の点  $A_1(b_1, e^{b_1})$  における接線と  $x$  軸の交点を  $B_2(b_2, 0)$  とする。これをくりかえし、 $C$  上の点  $A_n(b_n, e^{b_n})$  における接線と  $x$  軸の交点を  $B_{n+1}(b_{n+1}, 0)$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $b_1$  を求めよ。

(2)  $b_{n+1}$  と  $b_n$  の関係式を求め、一般項  $b_n$  を求めよ。

(3)  $\triangle B_n A_n B_{n+1}$  の面積を  $S_n$  とするとき、 $\sum_{n=0}^{\infty} S_n$  を求めよ。ただし、 $B_0$  は原点とする。

4

$e$  は自然対数の底,  $a, b, c$  は実数である。放物線  $y = ax^2 + b$  を  $C_1$  とし, 曲線  $y = c \log x$  を  $C_2$  とする。 $C_1$  と  $C_2$  が点  $P(e, e)$  で接しているとき, 次の問いに答えよ。ここで, 2つの曲線が点  $P$  で接しているとは, ともに点  $P$  を通り, かつ, その点における接線が一致していることである。

(1)  $a, b, c$  の値を求めよ。

(2)  $C_1, C_2$  および  $x$  軸,  $y$  軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。