

前期日程

平成 22 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（ 農 学 部 ）

——— 解 答 上 の 注 意 事 項 ———

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は

1

 から

4

 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
- 7 問題冊子は持ち帰ること。

1 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義されるとき、次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対して $a_{n+1} + b = 2(a_n + b)$ が成り立つような定数 b を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を求めよ。
- (3) $\frac{a_{2n}}{a_n} \geq 10^{25} + 1$ をみたす最小の自然数 n を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

2 θ の関数 $f(\theta) = A \sin(\theta + \alpha)$ は $f(0^\circ) = 1$, $f(90^\circ) = 1$ をみたしている。
ただし, $A > 0$, $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) A と α を求めよ。

(2) $f(\alpha + 30^\circ)$ と $\sin(\alpha + 30^\circ) \cos(\alpha + 30^\circ)$ を求めよ。

(3) θ の関数 $g(\theta)$ は

$$\{f(\theta)\}^2 g(\theta) - k\{f(\theta)\}^2 = 2\{g(\theta)\}^2 - 2kg(\theta) + g(\theta) - \frac{1}{4}$$

$$g(\alpha + 30^\circ) = \sin(\alpha + 30^\circ) \cos(\alpha + 30^\circ)$$

をみたしている。実数 k と $g(\theta)$ を求めよ。

3

放物線 $y = -x^2 + 6x - 7$ を C_1 とし、 C_1 の頂点を A 、 C_1 上の点 $(1, -2)$ を B とする。点 A, B を通る直線を l とし、点 A, B を通る放物線 $y = ax^2 + bx + c$ を C_2 とする。ただし、 a, b, c は実数、 $a > 0$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) 直線 l の方程式を求めよ。
- (3) b と c を a を用いて表せ。
- (4) C_2 と l で囲まれた図形の面積を a を用いて表せ。

4 空間に定点 $A(-4, 0, 4\sqrt{3})$ と動点 $P(-t, t-2, 2\sqrt{3})$, $Q(t, t^2+t-3, 0)$ がある。原点を O とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $t=0$ のとき、 $\angle POQ$ の大きさを求めよ。
- (2) $|\overrightarrow{OP}|$ の最小値と、そのときの t の値を求めよ。
- (3) 4点 O, A, P, Q が同一平面上にあるときの t の値をすべて求めよ。