

数 学

（文化教育学部）

————— 解答上の注意事項 —————

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
- 7 問題冊子は持ち帰ること。

1 座標空間内で、原点 O , $A(1, 0, 0)$, $B(b_1, b_2, 0)$, $C(c_1, c_2, c_3)$ を頂点とする正四面体を考える。ただし、 b_2 と c_3 は正とする。次の問いに答えよ。

(1) b_1, b_2 および c_1, c_2, c_3 を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であることを示せ。

(3) P は直線 BC 上の点で、 $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であるとする。 P の座標を求めよ。また $\overrightarrow{AP}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であることを示せ。

2 $\triangle OAB$ において、 $OA = a$, $OB = b$, $\angle AOB = \theta$ とおく。ただし、 $a \geq b$ および $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。点 B から辺 OA に下ろした垂線の足を A_1 とする。また点 A_1 を通って辺 AB に平行な直線と、辺 OB との交点を B_1 とする。次に点 B_1 から辺 OA_1 に下ろした垂線の足を A_2 とし、点 A_2 を通って辺 A_1B_1 に平行な直線と、辺 OB_1 との交点を B_2 とする。以下、この操作を続け、三角形の列

$$\triangle OA_1B_1, \triangle OA_2B_2, \dots, \triangle OA_nB_n$$

をとる。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\triangle OA_nB_n$ は、 $\triangle OAB$ に相似であることを示せ。

(2) $\frac{A_nB_n}{A_{n-1}B_{n-1}}$ を a , b , θ の式で表せ。

(3) $\triangle OA_kB_k$ の面積を S_k とする。 $a = 2$, $b = 1$, $\theta = 30^\circ$ のとき、

$$S_1 + S_2 + \dots + S_n$$

を n の式で表せ。

3

次の問いに答えよ。

(1) 不等式

$$\log_{x(1-x)}\{x(y-1)\} \leq 0$$

の表す領域を図示せよ。

(2) 点 (x, y) が上の不等式の表す領域を動くとき、 $2x + y$ の最小値を求めよ。

4 $a > 0$ のとき、放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $P(a, a^2)$ における C の接線を ℓ_1 とし、 P を通り ℓ_1 と垂直な直線を ℓ_2 とする。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 ℓ_2 と放物線 C との交点のうち、点 P と異なる方を Q とする。点 Q の座標を a の式で表せ。
- (2) 放物線 C と直線 ℓ_2 とで囲まれた部分の面積を S とする。 S を a の式で表せ。
- (3) (2) の S の最小値を求めよ。またそのときの a の値を求めよ。