

数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
- 3 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
- 4 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
- 5 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
- 6 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
- 7 問題冊子は持ち帰ること。

1 座標空間内で、原点 O , $A(1, 0, 0)$, $B(b_1, b_2, 0)$, $C(c_1, c_2, c_3)$ を頂点とする正四面体を考える。ただし、 b_2 と c_3 は正とする。次の問いに答えよ。

(1) b_1 , b_2 および c_1 , c_2 , c_3 を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であることを示せ。

(3) P は直線 BC 上の点で、 $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であるとする。 P の座標を求めよ。また $\overrightarrow{AP}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であることを示せ。

2 正の数からなる数列 $\{a_n\}$ に対し、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする。すべての自然数 n に対して、

$$\frac{a_n + 3}{2} = \sqrt{3S_n}$$

が成り立つとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を S_n を用いて表せ。
- (3) n が自然数であるとき、数学的帰納法を用いて、 $S_n = 3n^2$ が成り立つことを証明せよ。

3

次の問いに答えよ。

(1) 不等式

$$\log_{x(1-x)}\{x(y-1)\} \leq 0$$

の表す領域を図示せよ。

(2) 点 (x, y) が上の不等式の表す領域を動くとき、 $2x + y$ の最小値を求めよ。

4

2 次関数 $f(x)$, $g(x)$ は, それぞれ

$$f(x) = \frac{3x^2}{16} \int_0^1 f(t)dt - \frac{3x}{7} \int_{-1}^0 f(t)dt + 7,$$

$$(x-1)g(x) = \int_0^x g(t)dt - \frac{2x^3}{3} + 2x^2 - 2x + 1$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $g(x)$ を求めよ。

(3) 放物線 $y = f(x)$ の点 $(4, f(4))$ における接線を ℓ とする。直線 ℓ と放物線 $y = g(x)$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。