

数 学

（文化教育学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
3. 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
4. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

1 次の問に答えよ。

(1) $a + \frac{1}{a} = b + \frac{1}{b}$ が成り立つとき、 a を b を用いて表せ。

(2) $x + \frac{1}{x} = \frac{y}{8} + \frac{8}{y} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ をみたす実数 x, y の組をすべて求めよ。

2

さいころを4回振って出た目を順に a, b, c, d とし,

$$N = 1000a + 100b + 10c + d, \quad M = 1000d + 100c + 10b + a$$

と定める。このとき、次の問に答えよ。ただし、 n の倍数は、 $0, \pm n, \pm 2n, \dots$ であるとする。

- (1) $N - M$ は9の倍数であることを示せ。
- (2) $N - M$ が18の倍数となる確率を求めよ。
- (3) $N - M$ が37の倍数となる確率を求めよ。

3 「 $n \leq \sqrt{11} < n+1$ が成り立つような整数 n を見つけよ。」という問題に対して以下の答案があった。この答案の趣旨を詳しく説明せよ。

[答案]

まず、 $\sqrt{11}^2 = 11$ から奇数を小さい順に引いていく。つまり、

$$11 - 1 = 10, \quad 10 - 3 = 7, \quad 7 - 5 = 2$$

となり、これ以上引くと負の数になるからここで計算を止める。結局、奇数を3回引いたので、 $n = 3$ となる。

4 点 $(0, a)$ を中心とする半径 r の円 C と放物線 $F: y = x^2$ を考える。ただし、 $a > 0$ とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) 円 C と放物線 F が点 (b, b^2) で同じ接線を持つとする。ただし、 $b > 0$ とする。このとき、 C の中心と点 (b, b^2) を結ぶ直線の傾きを b を用いて表せ。また、 r を b を用いて表せ。
- (2) (1)において $r = 1$ とする。このとき、 C と F で囲まれた図形の面積 S を求めよ。
- (3) C と F の共有点が原点のみであるための r の条件を求めよ。