

数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
3. 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
4. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

1 次の問に答えよ。

(1) $a + \frac{1}{a} = b + \frac{1}{b}$ が成り立つとき、 a を b を用いて表せ。

(2) $x + \frac{1}{x} = \frac{y}{8} + \frac{8}{y} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ をみたす実数 x, y の組をすべて求めよ。

2

一辺の長さが2の正三角形 OAB において、線分 OA を 1 : 3 に内分する点を P、線分 OB を 3 : 1 に内分する点を Q とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問に答えよ。

- (1) $\vec{a}, \vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
- (3) 線分 PQ の長さを求めよ。
- (4) 線分 OB の中点を C とし、線分 AC と線分 PQ の交点を R とする。 $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

3 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ, 0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ について、 $\sin \alpha = 2 \sin^2 \beta$ が成り立つものとする。このとき、次の問に答えよ。

(1) $\cos 2\beta$ を $\sin \beta$ を用いて表せ。また、 $\cos 4\beta$ を $\sin \beta$ を用いて表せ。

(2) $\alpha + 2\beta = 90^\circ$ のとき、 $\sin \alpha$ の値を求めよ。

(3) $\alpha + 4\beta = 90^\circ$ のとき、 $\sin \alpha$ の値を求めよ。

4 点 $(0, a)$ を中心とする半径 r の円 C と放物線 $F: y = x^2$ を考える。ただし, $a > 0$ とする。このとき, 次の間に答えよ。

- (1) 円 C と放物線 F が点 (b, b^2) で同じ接線を持つとする。ただし, $b > 0$ とする。このとき, C の中心と点 (b, b^2) を結ぶ直線の傾きを b を用いて表せ。また, r を b を用いて表せ。
- (2) (1)において $r = 1$ とする。このとき, C と F で囲まれた図形の面積 S を求めよ。
- (3) C と F の共有点が原点のみであるための r の条件を求めよ。