

数 学

（医学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
3. 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
4. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

1 $a_n = \frac{1}{2^n} \tan \frac{1}{2^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ のとき、等式 $\frac{1}{2} \tan \theta = \frac{1}{2 \tan \theta} - \frac{1}{\tan 2\theta}$ を示せ。

(2) (1) を用いて、和 $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

(3) 無限級数 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ の和を求めよ。

2 $\alpha > 1$ とする。曲線 $C: y = x^\alpha$ ($x > 0$) 上の点 $P(p, p^\alpha)$ における C の接線と y 軸の交点を Q とし、 x 軸上に点 R を $PR = PQ$ をみたすようにとる。ただし、点 R の x 座標は点 P の x 座標より小さいものとする。このとき、次の問に答えよ。

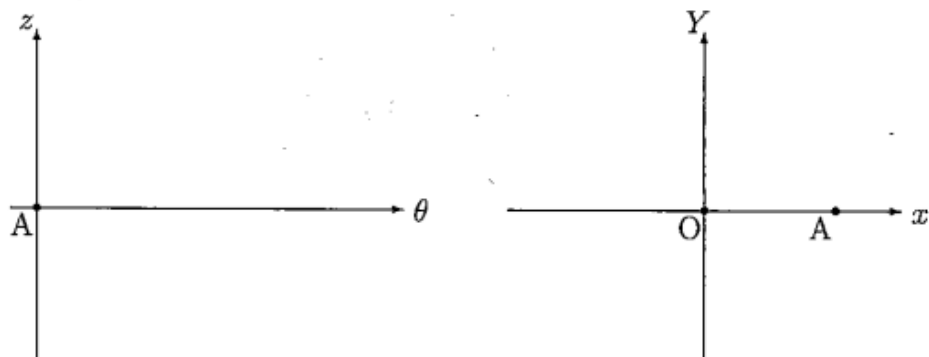
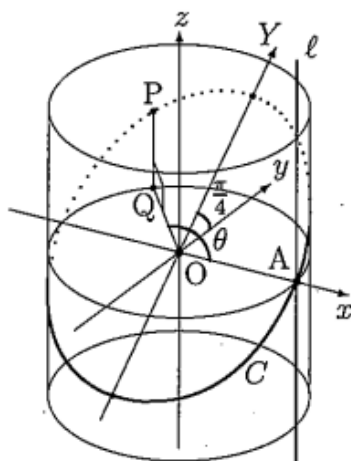
(1) 点 Q の y 座標を求めよ。

(2) 点 R の x 座標を求めよ。

(3) x 軸と直線 RP のなす鋭角を θ とするとき、 $\lim_{p \rightarrow \infty} \theta = \frac{\pi}{4}$ をみたす α の値を求めよ。

- 3 x 軸, y 軸, z 軸を座標軸, 原点を O とする座標空間において, z 軸を中心軸とする半径 1 の円柱を考える。次に, x 軸を含み xy 平面とのなす角が $\frac{\pi}{4}$ となる平面を α とし, 平面 α による円柱の切り口の曲線を C とする。また, 点 $A(1, 0, 0)$ とする。さらに, 曲線 C 上の点 P から xy 平面に下ろした垂線を PQ とし, $\angle AOQ = \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 点 P の座標を θ を用いて表せ。
- (2) 点 A を通り z 軸に平行な直線を ℓ とする。 ℓ によって円柱の側面を切り開いた展開図の上に, 曲線 C の概形をかけ。
- (3) 図のように, 平面 α と yz 平面の交線を Y 軸とする。 xY 平面における曲線 C の方程式を求め, その概形をかけ。



4 関数 $f(x) = xe^{-2x}$ に関して次の問に答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の概形をかけ。必要ならば、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-2x} = 0$ を使ってよい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ の接線のうちで傾きが最小となるものを ℓ とする。その接線 ℓ の方程式と接点 $(a, f(a))$ を求めよ。
- (3) $x < a$ において、接線 ℓ は曲線 $y = f(x)$ より常に上側にあることを証明せよ。ただし、 a は (2) で求めたものとする。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ 、接線 ℓ 、および y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。