

前期日程

平成 26 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
受験番号は算用数字で横書きとする。
3. 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
4. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

1 a を $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ を満たす定数とする。2つの曲線

$$\begin{aligned} y &= \sin x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq a \right), \\ y &= \cos x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

と2つの直線 $x = a$, $y = 0$ で囲まれる図形を D とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) D の面積 S を求めよ。

(2) D を x 軸の周りに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。

2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について, 次の間に答えよ。

$$a_1 = 3, b_1 = 4,$$

$$\begin{aligned} 2a_{n+1} + b_{n+1} &= 3a_n + 1, \\ -a_{n+1} - 2b_{n+1} &= 3b_n - 17 \end{aligned} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $c_n = a_n - a$, $d_n = b_n - b$ において

$$\begin{pmatrix} c_{n+1} \\ d_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となる定数 a, b を求めよ。

- (2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

3 10 個のアルファベットの大文字 A, B, C, D, E, F, H, I, O, X を重複を許して並べてできる 5 文字の順列を 1 枚のカードに 1 つずつ書くとする。なお, 文字 H, I, O, X は上下を逆さまにしてもそれぞれ H, I, O, X と読めるので, これらの文字で書かれた 5 文字の順列はカードごと上下を逆さまにすると, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ に対して i 番目の文字がもとの $6-i$ 番目の文字に対応する 5 文字の順列が書かれたカードとして使えるとする。例えば, HIOXX と書かれたカードは上下を逆さまにして, XXOIH と書かれたカードとしても使える。しかし, ABEIF と書かれたカードは上下を逆さまにすると 5 文字の順列を表すカードとしては使えない。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 上下を逆さまにして読んでも同じ順列を表すカードの総数を求めよ。
- (2) 上下を逆さまにして読むと異なる順列を表すカードの総数を求めよ。
- (3) 上下を逆さまにすることにより 1 枚のカードを 2 度まで使うことを許すとする。すべての順列を書くためには, 最小限で何枚のカードが必要か。

4 xy 平面上に $x = 2 \cos 2\theta$, $y = 2 \cos 3\theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) と媒介変数表示された曲線 C を考える。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $t = \cos \theta$ において、 x と y を t の式で表せ。
- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ において、 y を x の式で表せ。また、 $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ において、 y を x の式で表せ。
- (3) 曲線 C の概形を描け。