

## 前期日程

平成 26 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（医学部）

### ————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 「解答始め」の合図があったら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。  
受験番号は算用数字で横書きとする。
3. 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
4. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

1

10 個のアルファベットの大文字 A, B, C, D, E, F, H, I, O, X を重複を許して並べてできる 5 文字の順列を 1 枚のカードに 1 つずつ書くとする。なお、文字 H, I, O, X は上下を逆さまにしてもそれぞれ H, I, O, X と読めるので、これらの文字で書かれた 5 文字の順列はカードごと上下を逆さまにすると、 $i = 1, 2, 3, 4, 5$  に対して  $i$  番目の文字がもとの  $6 - i$  番目の文字に対応する 5 文字の順列が書かれたカードとして使えるとする。例えば、HIOXX と書かれたカードは上下を逆さまにして、XXOIH と書かれたカードとしても使える。しかし、ABEIF と書かれたカードは上下を逆さまにすると 5 文字の順列を表すカードとしては使えない。このとき、次の間に答えよ。

- (1) 上下を逆さまにして読んでも同じ順列を表すカードの総数を求めよ。
- (2) 上下を逆さまにして読むと異なる順列を表すカードの総数を求めよ。
- (3) 上下を逆さまにすることにより 1 枚のカードを 2 度まで使うことを許すとする。すべての順列を書くためには、最小限で何枚のカードが必要か。

2  $xy$  平面上に  $x = 2 \cos 2\theta$ ,  $y = 2 \cos 3\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) と媒介変数表示された曲線  $C$  を考える。このとき、次の間に答えよ。

(1)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  において、 $y$  を  $x$  の式で表せ。また、 $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$  において、 $y$  を  $x$  の式で表せ。

(2) 曲線  $C$  の概形を描け。

(3) 曲線  $C$  が囲む領域の面積を求めよ。

3 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$  に対して、ベクトル  $\vec{u} = (p, q)$ ,  $\vec{v} = (r, s)$  は

$$|\vec{u}| = |\vec{v}| = 1, \quad A \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix}$$

を満たすとする。ただし、 $\alpha, \beta$  は相異なる実数である。このとき、次の間に答えよ。

(1) ベクトル  $\vec{u}, \vec{v}$  は直交することを示せ。

(2) 行列  $X = \begin{pmatrix} p & r \\ q & s \end{pmatrix}$  は逆行列をもつことを示せ。

(3) (2) の  $X$  に対して、 $AX = X \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$  となることを示せ。

(4) 自然数  $n$  に対して、 $A^n = \begin{pmatrix} f_n & g_n \\ h_n & k_n \end{pmatrix}$  とする。このとき、 $f_n + k_n$  を  $\alpha, \beta, n$  を用いて表せ。

4

連続関数  $f(x)$  に対して

$$v(x) = \int_0^x e^t f(x-t) dt$$

とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $f(x) = x$  のとき、 $v(x)$  を求めよ。
- (2)  $v(x) + f(x) = \sin^4 x$  のとき、 $v(x)$  を求めよ。
- (3)  $v(x) + f(x) = \sin^4 x$  のとき、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  を求めよ。