

前期日程

平成 28 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（医学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 $0 < p < 1$ とする。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} = (1-p)a_{n+1} + pa_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる数列 $\{a_n\}$ に対して、次の問に答えよ。

- (1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくとき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

- 2 2つの曲線 $y = \frac{3}{2} \tan x$ $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$, $y = \cos x$ $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ と x 軸で囲まれた図形を, x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。

3 実数 a, b は $a \geq 0, b \geq 0, a^2 + b^2 = 1$ を満たしているとする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 定積分

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |a \sin x - b \cos x| dx$$

を a, b を用いて表せ。

(2) S の最大値、最小値とそのときの a, b の値をそれぞれ求めよ。

4

複素数平面上の点 z に対して

$$w = \frac{3(1-i)z - 2i}{z + 3(1-i)}$$

で表される点 w をとる。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $w = z$ となるような点 z は 2 つある。これらを求めよ。
- (2) (1) で求めた異なる 2 点を α, β とする。ただし、 $0 \leq \arg \alpha < \arg \beta < 2\pi$ とする。 z が α, β と異なる点であるとき、

$$\frac{w - \beta}{w - \alpha} = k \cdot \frac{z - \beta}{z - \alpha}$$

となるような定数 k の値を求めよ。

- (3) 複素数 z_n を

$$z_1 = 0, \quad z_{n+1} = \frac{3(1-i)z_n - 2i}{z_n + 3(1-i)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また、 z_n の実部と虚部をそれぞれ x_n, y_n とする。このとき、数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。さらに、数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ の極限を求めよ。