

前期日程

平成 29 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（医学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 a を正の定数とする。関数 $f(x) = \frac{(\log ax)^3}{x}$ ($x > 0$) に対して、次の問に答えよ。

(1) $f(x)$ が $x = b$ で極大値 $\frac{54}{e^3}$ をとるとき、 a および b を求めよ。

(2) (1) の a に対して、不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。

(3) (1) の a, b に対して、曲線 $y = f(x)$ ($0 < x \leq b$)、直線 $x = b$ および x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

2

曲線 $C: y = \frac{\sin x}{e^x}$ について、次の問に答えよ。

- (1) $\frac{\sin x + \cos x}{e^x}$ の導関数および $\frac{\sin x}{e^x}$ の不定積分を求めよ。
- (2) $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して、曲線 C の $2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$ の部分と x 軸とで囲まれた図形の面積を a_n とする。 $S_n = \sum_{k=0}^n a_k$ と定めるとき、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。
- (3) $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して、曲線 C の $0 \leq x \leq n\pi$ の部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V_n とする。極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$ を求めよ。

3 複素数 α, β が

$$|\alpha| = 1, \quad |\beta| = \sqrt{2}, \quad |\alpha - \beta| = 1$$

を満たし、 $\frac{\beta}{\alpha}$ の虚部は正であるとする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $\frac{\beta}{\alpha}$ および $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^8$ を求めよ。
- (2) $|\alpha + \beta|$ を求めよ。
- (3) n が 8 で割ると 1 余る整数のとき、 $|\alpha^n + \beta^n|$ を n を用いて表せ。

4 関数

$$f(x) = \frac{1}{x} \cos^2 \left(\frac{\log x}{2} \right) \quad (x \geq 1)$$

に対して、次の問に答えよ。

(1) $f'(x) = 0$ を満たすような x のうち、最小のものを求めよ。

(2) $f(x) = \frac{1}{10}$ はただ1つの解をもつことを示せ。

(3) $t \geq 1$ のとき、定積分 $\int_1^t f(x) dx$ を t を用いて表せ。