

前期日程

平成 31 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（教育学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 3 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 3 まで 3 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 3 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1

a を実数とし, $t = \sin x + \cos x$ とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) $\sin 2x$ を t を用いて表せ。
- (2) x がすべての実数を動くとき, t の動く範囲を求めよ。
- (3) x の方程式

$$\sin 2x - 2\sqrt{2}a(\sin x + \cos x) + 6a + 1 = 0$$

が実数解をもつような a の範囲を求めよ。

2 a を正の実数とする。 C を放物線 $y = x^2$ とし、 ℓ を直線 $y = 2ax - a^3$ とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) C と ℓ が異なる 2 点で交わる時、 a の値の範囲を求めよ。
- (2) (1) のとき、 C と ℓ で囲まれた図形の面積を S とする。 S を a を用いて表せ。
- (3) (2) の S の最大値とそのときの a の値を求めよ。

3 座標空間の原点を O とし、4つの点

$$A(1, 0, -1), B(0, 1, 1), C(1, 1, 1), D\left(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

をとり、 $\triangle OAB$ の面積を α とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) α の値を求めよ。

(2) 3点 O, A, B の定める平面に、点 C から垂線 CP を下ろす。

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

の形に表すとき、 s と t の値を求め、 $\overrightarrow{CP}$ を成分で表せ。

(3) (2) で求めた $\overrightarrow{CP}$ に対して、点 E は、 $\overrightarrow{OE} = k\overrightarrow{CP}$ ($k > 0$) と表され、 $|\overrightarrow{OE}| = \alpha$ をみたすとする。 $\triangle ABC$ の重心を G とするとき、 $\overrightarrow{OG} \perp \overrightarrow{DE}$ を示せ。