

前期日程

平成 31 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。





**1** 10本のくじの中に、当たりくじが $t$ 本、はずれくじが $(10-t)$ 本入っているものとする。この中からくじを3本続けて引くとき、次の問に答えよ。ただし、 $0 \leq t \leq 10$ とし、引いたくじは戻さないものとする。

- (1) 当たりくじがちょうど1本である確率を $t$ を用いて表せ。
- (2) 当たりくじが1本以下である確率 $P(t)$ を $t$ を用いて表せ。
- (3) (2)の $P(t)$ に対して、 $P(t) \leq \frac{1}{2}$ をみたす $t$ をすべて求めよ。



**2** 座標空間の原点を  $O$  とし、4つの点

$$A(1, 0, -1), B(0, 1, 1), C(1, 1, 1), D\left(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

をとり、 $\triangle OAB$  の面積を  $\alpha$  とする。このとき、次の間に答えよ。

(1)  $\alpha$  の値を求めよ。

(2) 3点  $O, A, B$  の定める平面に、点  $C$  から垂線  $CP$  を下ろす。

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

の形に表すとき、 $s$  と  $t$  の値を求め、 $\overrightarrow{CP}$  を成分で表せ。

(3) (2) で求めた  $\overrightarrow{CP}$  に対して、点  $E$  は、 $\overrightarrow{OE} = k\overrightarrow{CP}$  ( $k > 0$ ) と表され、 $|\overrightarrow{OE}| = \alpha$  をみたすとする。 $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とするとき、 $\overrightarrow{OG} \perp \overrightarrow{DE}$  を示せ。



**3**  $a > 1$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 定積分  $\int_0^\pi \cos^2 x \, dx$ ,  $\int_0^\pi \sin^2 x \, dx$ ,  $\int_0^\pi \sin x \cos x \, dx$  を求めよ。
- (2) 曲線  $y = a \sin x + \frac{a}{a-1} \cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ),  $x$  軸, 2 直線  $x = 0$ ,  $x = \pi$  で囲まれた部分を,  $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3)  $a > 1$  における, (2) の  $V$  の最小値とそのときの  $a$  の値を求めよ。



4  $i$  を虚数単位とし,  $\theta = \frac{2}{7}\pi$ ,  $\alpha = \cos \theta + i \sin \theta$  とする。また,

$$f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 4x - 1$$

とすると, 次の問に答えよ。

(1)  $\alpha^7 = 1$  および  $\sum_{k=0}^6 \alpha^k = 0$  を示せ。

(2)  $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 2 \cos \theta$  を示せ。これと (1) を用いて,  $f(\cos \theta) = 0$  を示せ。

(3)  $f(\cos 2\theta) = 0$  を示せ。



