

数 学

(教育学部・経済学部)

(平成 8 年 度)

問題冊子 1 ページ 答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題を見てはいけない。
2. 配布された用紙に枚数の不足や、印刷に不鮮明な箇所がある場合には申し出る
こと。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。これに従わないときは
失格となることがある。
4. 答案用紙には、1 枚ごとに所定の箇所へ受験番号を記入すること。
記入を忘れたとき、あるいは誤って記入したときは失格となることがある。
5. 試験が終了したら、4 枚の答案用紙を上から ①、②、③、④ の順序に重ね
て机上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1 a を正の定数とし、 $f(\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta - 2a(\sin \theta + \cos \theta) + 1$ とおく。ただし、 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くものとする。

(1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおくとき、 t がとる値の範囲を求めよ。

(2) $f(\theta)$ を t の関数として表せ。

(3) $f(\theta)$ の最大値、最小値を求めよ。

2 A, B, C を実数を成分とする 2 次の正方行列とする。

(1) $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ を満たす A を求めよ。

(2) B, C が $B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $BC = CB$ を満たすとき、積 BC を求めよ。

3 三角形 ABC において、辺 AB を $4:3$ に内分する点を D 、辺 AC を $2:1$ に内分する点を E とし、 CD と BE の交点を P とする。

(1) $l \overrightarrow{PA} + m \overrightarrow{PB} + n \overrightarrow{PC} = \vec{0}$ となるように、なるべく簡単な自然数 l, m, n を定めよ。

(2) また、 $\angle APB = 90^\circ$ で $PA = 2$, $PB = \sqrt{3}$ のとき、2 つの内積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC}$ と $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ を求めよ。

(3) (2) のとき、 CD は AB に垂直であることを示せ。

4 曲線 $y = x^3 + kx^2 - 5x + 3$ と直線 $y = -2x + 3$ との交点の x 座標で、0 と異なるものを α, β とする。

(1) $\alpha^2 + \beta^2$, $\alpha^3 + \beta^3$, $\alpha^4 + \beta^4$ を k で表せ。

(2) 曲線と直線で囲まれる図形の面積を k で表し、最小値を求めよ。